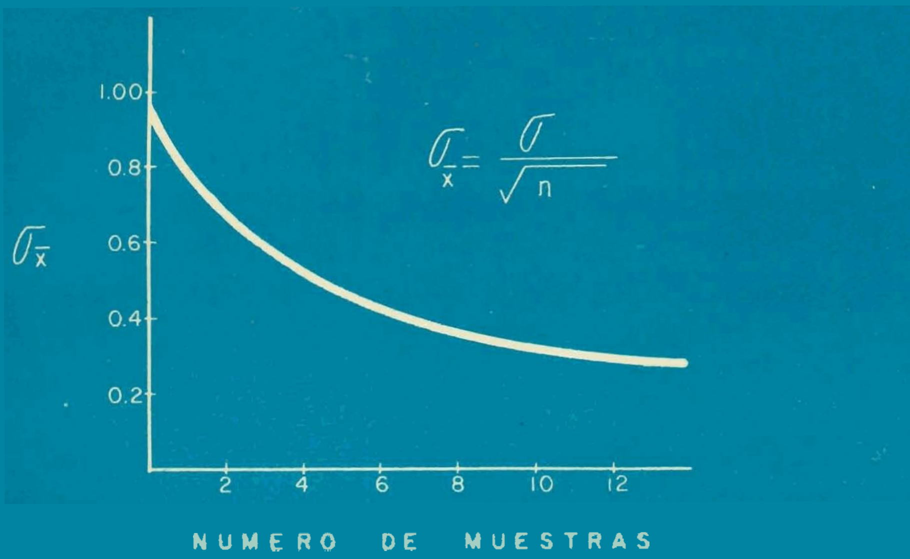
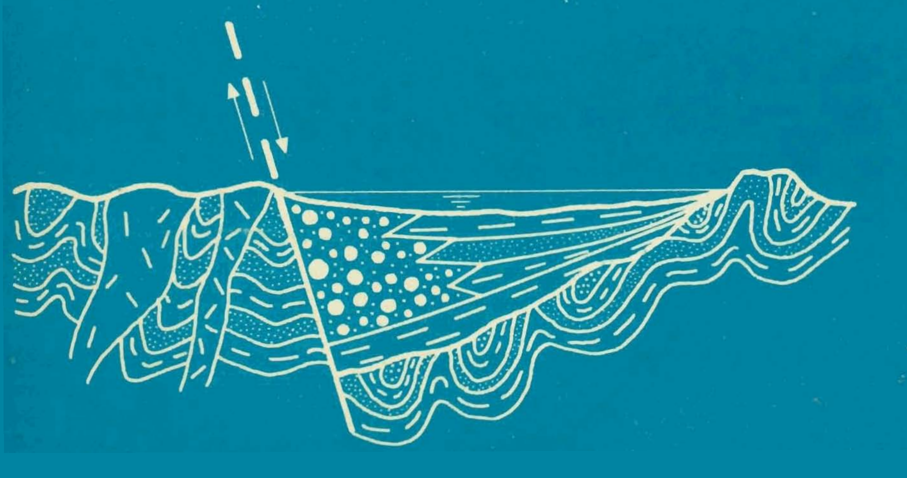
sedimentologia





apuntes

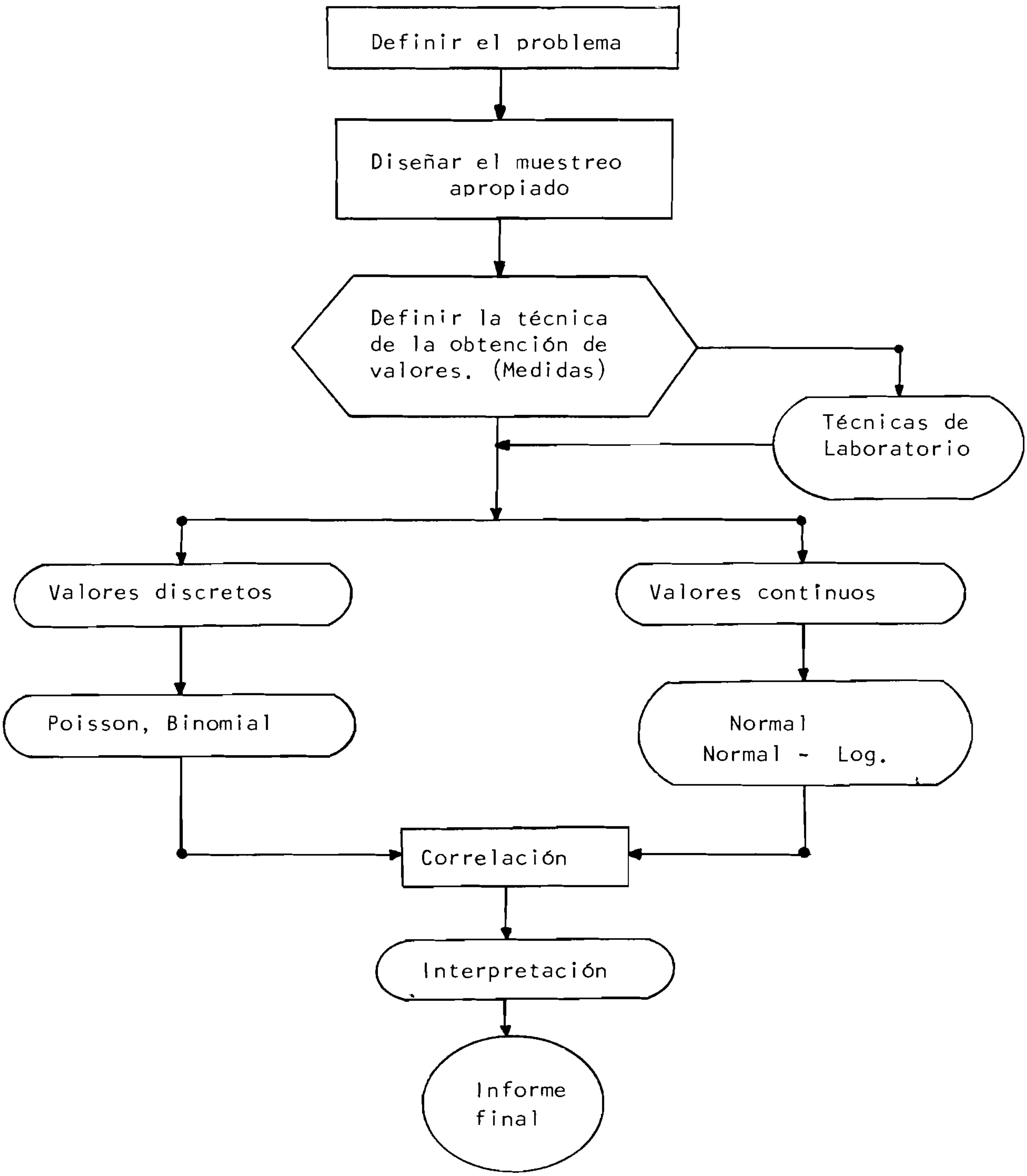
santiago charleston
i.p.n.

CONTENIDO

DIAGRAMA GENERAL DE FLUJO

SEDIMENTOLOGIA

Fig. 1 - 1



La definición del problema es fundamental en cualquier investigación ya que las conclusiones finales deberán de estar íntimamente ligadas a las consideraciones iniciales del estudio, y los resultados tendrán que resolver el problema que originalmente se planteó.

Supongamos que un sedimentólogo desea saber la distancia que fueron transportados los cantos rodados de un conglomerado que se encuentra aflorando en una sección estratigráfica. Sí al iniciar el muestreo no se tiene la precaución de que el tamaño de la muestra obtenida incluya a los fragmentos más grandes, es natural que los resultados no reflejarán la verdadera distancia que fueron transportados los cantos rodados, sino evidentemente una distancia mayor.

El ejemplo anterior es bastante simplificado, sin embargo ilustra la necesidad de que el investigador analice con cuidado los objetivos del problema y defina con exactitud las causas que se requieran explicar con la investigación.

TECNICAS DEL MUESTREO.

El problema más crítico del muestreo es sin duda la seguridad que se tenga de que las muestras obtenidas sean realmente representativas de la unidad investigada, es decir que constituyan parte de lo que los matemáticos conocen con el nombre de Población.

La Población en Geología ha sido definida por Griffiths (1968, p. 8) como el conjunto de elementos formados por determinados procesos na -

turales, operando en un área determinada y a lo largo de un intervalo de - tiempo geológico.

En la definición anterior, evidentemente se trata de obtener la información necesaria para explicar con satisfacción las condiciones geoló gicas que intervinieron en la formación de un determinado problema geoló - gico. Para ilustrar mejor este importante concepto consideremos un proble ma práctico.

Un geólogo desea investigar los procesos sedimentarios que in - tervinieron en la depositación de una formación calcárea aflorando en una- región determinada. Evidentemente en este problema la Población Hipotética (Griffith, 1962 , Cochran et. al., 1954), será el volúmen de rocas de - esta naturaleza que originalmente existieron en la corteza terrestre. La- Población Existente, será sin duda el volúmen de rocas de este tipo, exis- tentes en la actualidad en la corteza terrestre. Por último la Población- Disponible, será el volúmen de rocas disponibles de estudiar en los aflora mientos, pozos, canteras, etc., existentes en el área.

La diferenciación de los tres tipos de población es primordial - en la Sedimentología, ya que frecuentemente el geólogo no puede tener acce so a toda la información presente, debido más que nada a la escala de espa- cio y tiempo en la que trabaja. Es por eso fundamental definir perfectamen te su Población Disponible, para que el muestreo apropiado pueda proporcio- nar conclusiones que puedan aplicarse a la Poblacion Hipotetica.

En términos estadísticos, esto quiere decir que la muestra X_i de be de cumplir con la siguiente relación:

Si n es el número de las muestras.

$$n \longrightarrow N \qquad \text{sí}$$

$$(\bar{X}, s^2) \longrightarrow (\mu, \sigma^2)$$

muestra — Población

Es decir, cuando n aumenta hacia N, el promedio de la muestra $\bar{X}$, y la variabilidad s^2 de la misma, deberán de tender hacia μ y σ^2. Siendo estos últimos, el promedio y la variabilidad de la población res - pectivamente.

ALGUNOS METODOS DE MUESTREO.

Uno de los requisitos indispensables del muestreo es que la mues tra sea realmente representativa de la población. En términos estadísticos, esta muestra debe ser aleatoria, es decir, escogida al azar. Entendiéndose esta última definición como la necesidad de que todas y cada una de las - muestras tengan la misma oportunidad de representar a la población. Si te- nemos un número aleatorio de muestras n de una población de N elementos, en tonces cada conjunto de n elementos tiene la misma oportunidad de ser selec cionado. Al mismo tiempo si el promedio μ y la variabilidad σ^2 de la - población están representadas por las siguientes funciones:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} Y_i$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (Y_i - \mu)^2$$

entonces el promedio $\bar{X}$ y la variabilidad de la muestra serán:

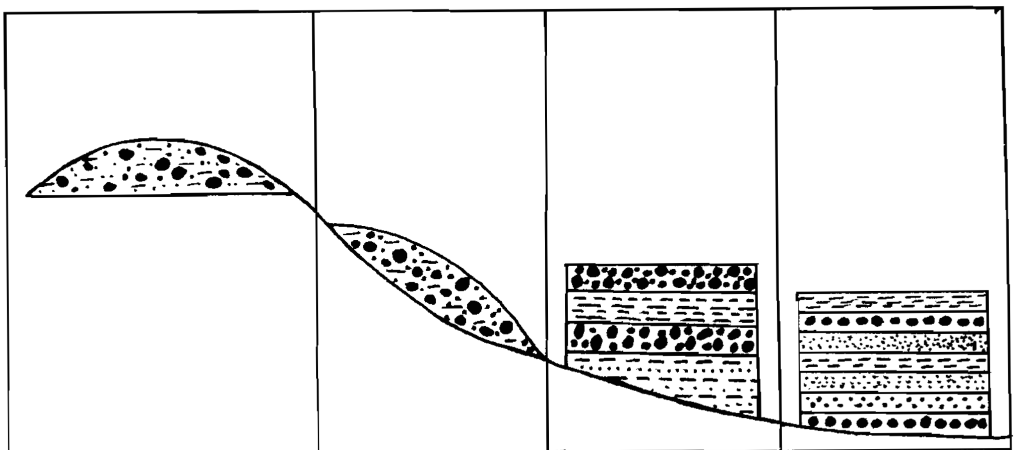
$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2$$

de manera que los mejores valores estimativos de μ y σ serán:

$$\mu = \bar{X} \qquad \text{y} \qquad \bar{\sigma}^2 = s^2$$

El tipo de muestreo que se efectúe dependerá fundamentalmente - del objetivo del estudio.



Variabilidad	Magnitud	Relativa	
en la muestra	grande	moderada	pequeña
entre muestras	pequeña	moderada	grande

Fig. 1-2

Así por ejemplo, supongamos que deseamos efectuar un estudio granulométrico en unos sedimentos terrígenos, derivados de la erosión de otros pre-existentes.

La Figura 1-2 muestra diagramáticamente este problema. La parte de la izquierda ilustra el afloramiento original de los sedimentos y la porción de la derecha, las tres etapas sucesivas después que los sedimentos han sido erosionados, transportados y depósitados en tres distintos sitios.

Si efectuamos un análisis granulométrico en la primera etapa, evidentemente la variabilidad de tamaño entre las muestras será pequeña, debido a que los cantos rodados están esparcidos en todo el afloramiento. Sin embargo la variabilidad dentro de cada muestra, será considerable, debido a la falta de clasificación de los componentes granulométricos. A medida que los sedimentos son transportados a una distancia mayor de su fuente de origen, el tamaño de los granos disminuye, pero su redondez, esfericidad y principalmente su clasificación aumenta, de manera que cuando son finalmente depositados (Etapa 3), lo hacen siguiendo un cierto orden impuesto por los procesos sedimentarios presentes en el medio. Si se obtienen muestras de las distintas capas de sedimentos se podrá ver que en este caso la variabilidad entre las muestras será considerable, en cambio, la variabilidad dentro de las muestras será muy pequeña.

El ejemplo anterior muestra la necesidad de efectuar dos tipos distintos de muestreo. En el caso de la Etapa 1, evidentemente hay necesidad de colectar bastantes granos en cada muestra, pero muy pocas muestras.

En la Etapa 3 necesitamos muchas muestras, y cada una de ellas con pocos - granos. Los casos anteriores ilustran condiciones extremas del muestreo,- pero hacen ver la necesidad de analizar cuidadosamente la variabilidad presente en el problema estudiado, para poder planear el muestreo que se debe efectuar.

MUESTREO ALEATORIO.

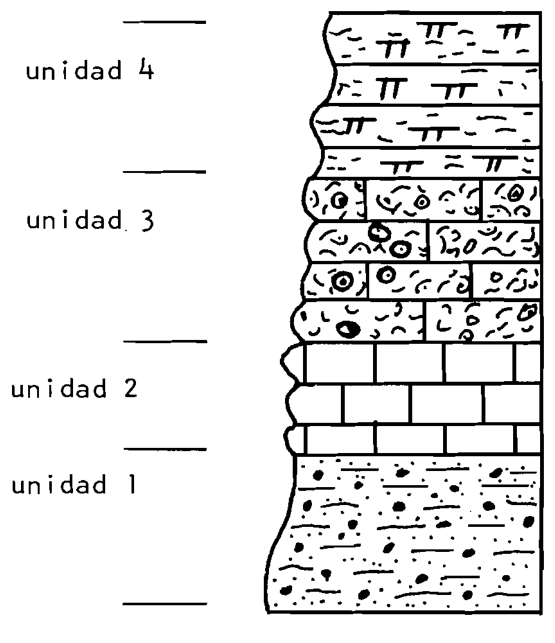
Tomando en consideración las condiciones anteriores y utilizando el ejemplo descrito al principio, podemos decir que en la primera etapa, cuando tenemos mucha variabilidad dentro de la muestra y poca variabilidad entre las muestras, un diseño de muestreo aleatorio debe de ser de gran - utilidad. Para efectuar este muestreo debe de tenerse el cuidado de que - el tamaño de la muestra sea lo suficientemente grande para no olvidar a - los fragmentos de mayor tamaño presentes en la población.

Si suponemos que el lugar donde se va a efectuar el muestreo es- un afloramiento, una manera de hacerlo es medir la longitud del mismo y después subdividirlo en franjas apropiadas. Así por ejemplo, si la longitud - del afloramiento es de 80 metros y si sabemos que una franja de 50 cms. es- suficientemente grande para incluir a los fragmentos más grandes de la po - blación, entonces tendremos 160 franjas diferentes. Por otro lado si estimamos que un número de 30 muestras son suficientes; entonces con la ayuda - de una tabla de números aleatorios, escogeremos 30 franjas, ya sea utilizando las distancias entre ellas o el número de identificación de la franja como variables aleatorias.

Cuando se tiene una gran variabilidad entre las muestras y poca variabilidad dentro de las muestras, el muestreo aleatorio tiene que sufrir ciertas modificaciones importantes, ya que en este caso la población original ha sido dividida en una serie de subpoblaciones a las que hay que estudiar por separado. Por ejemplo, si el trabajo está relacionado con el estudio de una sección estratigráfica, entonces cada litología distinta corresponderá a una subpoblación.

En este sentido resulta conveniente utilizar el criterio de unidad de sedimentación propuesto por Otto (1938) y Apfel (1938). Estos autores definen a la unidad de sedimentación como aquélla porción de una columna sedimentaria, depositada bajo las mismas condiciones del medio, y en un determinado período geológico.

En, la Figura 1-3 se ilustra una columna sedimentaria la cual ha sido dividida en cuatro unidades de sedimentación.



Cada una de las unidades debe muestrearse en forma separada - procurando que la muestra obtenida sea representativa. Existen varias formas de hacerlo, la manera más fácil es que el geólogo delimite cuidadosamente los límites de su unidad de sedimentación, y escoga una muestra al azar de cada una de ellas. Si hay necesidad de obtener varias muestras - de una unidad de sedimentación, lo que puede hacer el investigador es dividir el espesor de su unidad en intervalos y dentro de un intervalo obtener una muestra aleatoria, de manera que en los siguientes intervalos la muestra se colecte en forma sistemática. Esto puede explicarse de la forma - siguiente: Supongamos que haya necesidad de obtener muestras a cada metro de separación en una unidad de sedimentación que tiene un espesor de 40 metros. Al dividirse este espesor en intervalos de 100 centímetros, se obtendrán 40 diferentes intervalos que corresponderán a 40 muestras. Si la muestra que tiene que colectar tiene aproximadamente 10 cms. de espesor, - puede dividir el intervalo de 100 cms. en 10 franjas y escoger el sitio de muestra con una table de números aleatorios entre 0 y 100, en intervalos - de lo cms. Si la muestra escogida fué la que correspondió a los 30 cms., entonces deberán obtenerse muestras sistemáticas a 30, 130, 230, 330, etc. hasta cubrir el afloramiento de 40 metros.

Una manera de muestrear comunmente utilizada en los laboratorios de Sedimentología, es la que emplea el método de cuarteos (Multistage Sampling); este método ha sido utilizado por muchos investigadores entre los que se encuentran Cochran (1953); Griffiths (1962) y Krumbein (1960).

El sistema consiste en obtener una muestra aleatoria de la unidad de sedimentación (por ejemplo, la Unidad 1 de la Fig. 1-3) y dividirla en varias submuestras (Fig. 1-4) para efectuar diversos tipos de observaciones.

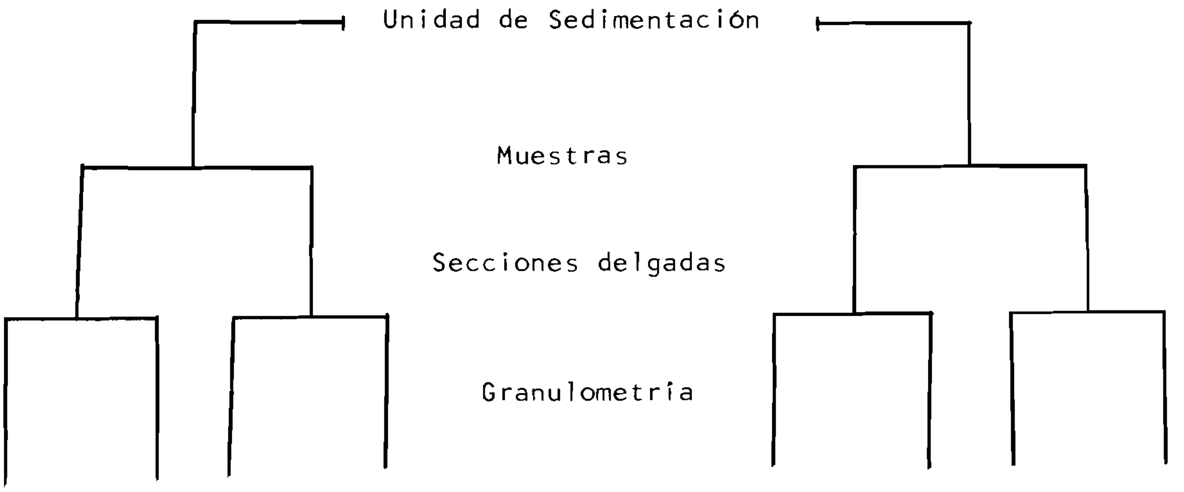


Fig. 1-4

Krumbein (1934) analizando la aplicación de este tipo de muestreo hace interesantes consideraciones que deben tomarse en cuenta, como es la importancia de conocer la variabilidad que hay entre las muestras y la variabilidad que existe por el error de experimentación utilizado.

DETERMINACION DEL NUMERO DE MUESTRAS.

El número de muestras que se requieren en una investigación dependerá de la variabilidad de la observación estudiada.

La Tabla 1, presenta los resultados de la medición efectuada en 4 muestras conteniendo cada una de ellas cuatro distintos tipos de cantos rodados.

Cantos Rodados.	Muestra 1	2	3	4
Granito	110	50	3	4
Basalto	20	30	5	40
Caliza	15	1	6	81
Arenisca	4	2	7	8
$\sum_{i=1}^{n=4} X_i$	149	83	21	133
$\bar{X} = \sum_{i=1}^{n=4} \frac{X_i}{n}$	37.25	20.75	5.25	36.0

Tabla 1

En el ejemplo anterior las observaciones individuales tienen - variabilidad mayor (de 110 a 1) que la de los promedios (de 5.25 a 37.25); esta relación puede expresarse en la siguiente forma:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \qquad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Esta ecuación indica que la variabilidad de los promedios σ_{x}^2 - varía proporcionalmente a la variabilidad de las observaciones σ^2, e in - versamente proporcional al número de muestras n obtenidas.

La representación gráfica de esta relación se puede ver en la Fig. 1-5, en la que se muestra como al aumentar el número de muestras n de 1 a 4, $\sigma_{\bar{x}}$ se reduce a la mitad de su valor. Al seguir incrementando n hasta 16, la variabilidad entre los promedios $\sigma_{\bar{X}}$ se reduce cuatro veces, lo que significa por lo tanto, un incremento en la precisión del experimento realizado.

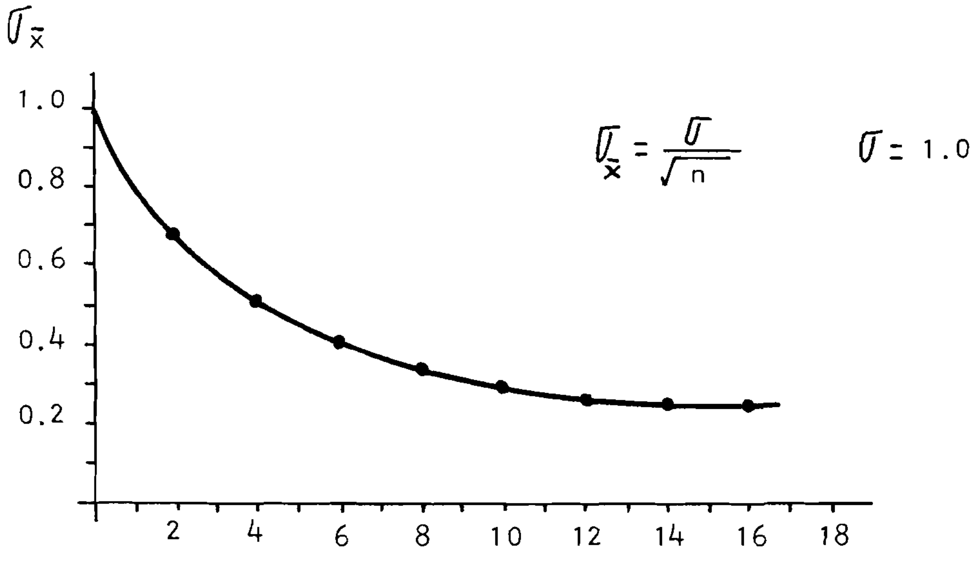


Fig. 1-5

Las relaciones anteriores sugieren que en cualquier experimento entre mayor sea el número de muestras, mejor será la precisión del experimento, y que además el número de muestras será proporcional a la magnitud de la variabilidad. Esto último significa que si se tienen dos clases de medidas y una de ellas tiene el doble de variabilidad que la otra, el número de muestras que se deben tomar de la que tiene mayor variabilidad, deberá de ser cuatro veces más.

PARAMETROS ESTADISTICOS.

En el análisis granulométrico existe la necesidad de obtener diagramas y parámetros que representen los resultados obtenidos en la investigación; aunque son muchos los métodos utilizados en la estadística, únicamente se mencionarán los más frecuentes, para ello se hará uso del siguiente ejemplo hipotético:

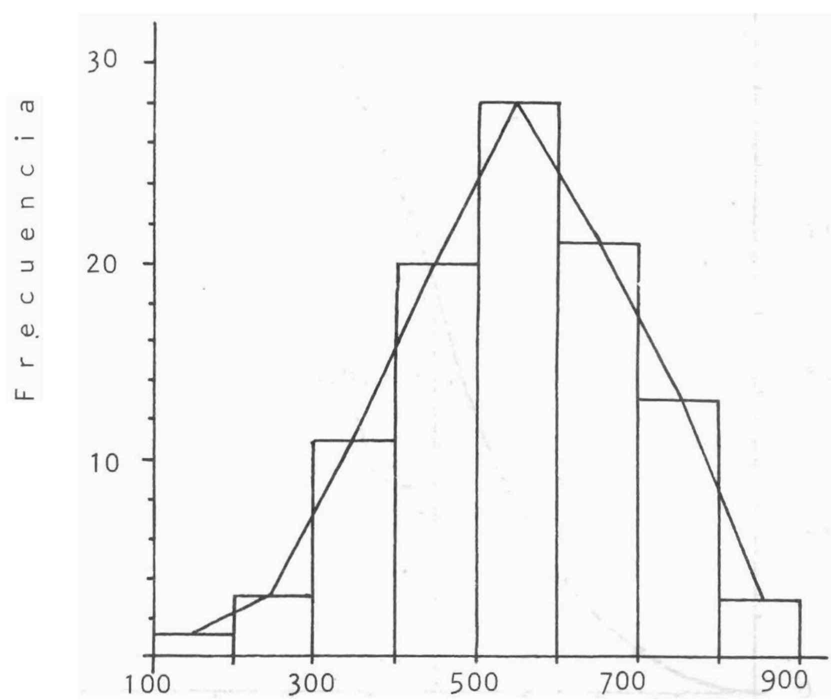
Al efectuar un análisis granulométrico de una muestra colectada en el cauce de un río, un geólogo obtuvo los resultados que se encuentran en el siguiente cuadro:

Diámetro de los Cantos Rodados. (mm)	Frecuencia	Frecuencia Acumulativa.
100 - 200	1	1
200 - 300	3	4
300 - 400	11	15
400 - 500	20	35
500 - 600	28	63
600 - 700	21	84
700 - 800	13	97
800 - 900	3	100

La columna del lado izquierdo, representa los intervalos de clase relacionados con el diámetro en milímetros de las partículas, las otras dos columnas representan las frecuencias individuales y acumulativas respectivamente.

La manera más sencilla de representar los resultados anteriores, es obteniendo un Histograma (Fig. 1-6). Esta gráfica es simplemente una representación en forma de barras verticales, donde las clases o diámetros de las partículas se colocan en el eje de las abscisas y las frecuencias o porcentajes se ilustran en el eje de las ordenadas.

Este tipo de diagrama tiene una utilidad exclusivamente visual, ya que su distribución y forma está en función del intervalo de clase seleccionado, por lo que no puede utilizarse para la obtención de los diferentes parámetros estadísticos (media, mediana, cuartila, etc.) que se requieren en el análisis sedimentológico.



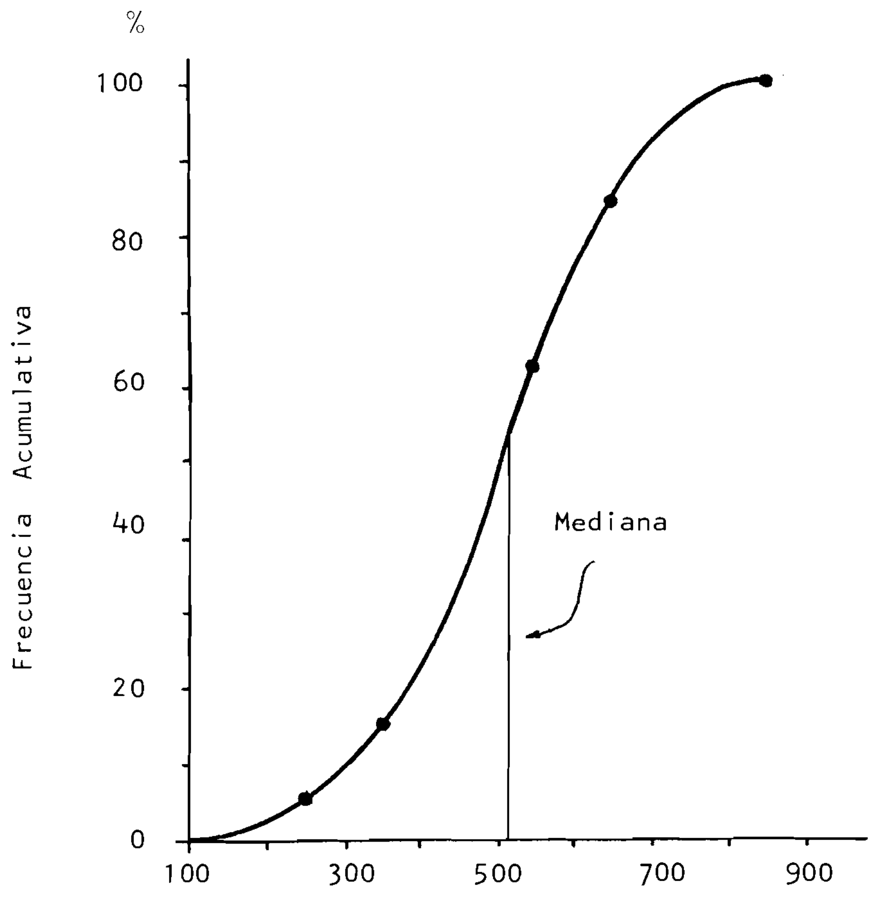
Intervalos de clase.

Fig. 1-6

Otra manera complementaria del histograma es lo que se conoce con el nombre de Polígono de Frecuencias. Esta curva se obtiene uniendo la parte central superior de las barras del histograma (Fig. 1-6). - La utilidad de esta curva, también es puramente pictórica.

CURVA ACUMULATIVA.

Esta curva se obtiene substituyendo en el eje de las ordenadas, las frecuencias individuales por las frecuencias acumulativas (Fig. 1-7)- siendo estas últimas las sumas consecutivas al pasar de una clase a la - otra.



Intervalos de clase. Fig. 1-7

El eje de las ordenadas deben tener una escala aritmética, - en cambio el eje de las abcisas puede hacerse utilizando una escala semi-logarítmica. Al unir los valores representativos de cada una de las clases con su correspondiente valor de frecuencia acumulativa, se obtiene - una curva en forma de S. Esta curva sí puede utilizarse para obtener los valores de algunos parámetros estadísticos que son de gran utilidad en la granulometría.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL.

Al interpretar los resultados del análisis granulométrico, es frecuente utilizar las curvas de frecuencias, las curvas acumulativas o - los histogramas y compararlas. Este método aunque puede representar a - una forma de interpretación conceptual, no proporciona valores que puedan utilizarse para cálculos cuantitativos, por lo que hay necesidad de obtener los parámetros que se describirán a continuación.

MEDIA ARITMETICA ($\bar{X}$)

Este parámetro es generalmente conocido con el nombre de promedio aritmético, es en realidad el valor representativo de un conjunto - de medidas y el valor más probable que podemos encontrar en las mismas. - La medida está dada por la siguiente ecuación:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$$

que manifiesta que la media $\bar{X}$ es la suma total de las medidas estudiadas, dividida por el número total de medidas N. Así por ejemplò, si tenemos- una serie de valores: 8, 5, 3, 12 y 10, la medida aritmética será:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N} = \frac{8 + 5 + 3 + 12 + 10}{5} = 7.6$$

Para obtener la media aritmética cuando se trabaja con datos agrupados, usamos la siguiente ecuación:

$$\bar{X} = \frac{f_1X_1 + f_2X_2 + \ldots + f_kX_k}{f_1 + f_2 + \ldots + f_k}$$

$f_1, f_2, \ldots$ frecuencia del evento.

$X_1, X_2, \ldots$ marca de clase.

En el ejemplo que estamos estudiando:

$$\bar{X} = \frac{(150x1) + (250x3) + \ldots + (850x3)}{1 + 3 + \ldots + 3} = \frac{55100}{100} = 551$$

LA MEDIANA (Md).

La mediana es uno de los parámetros más frecuentemente utilizados, ya que divide a la serie de valores a la altura del 50% de los casos y constituye por lo tanto un excelente promedio central. Su princi -

pal desventaja es que no proporciona una estimación de la variabilidad - de los valores estudiados.

La siguiente fórmula puede utilizarse para obtener la Mediana:

$$Md = l_i + \left(\frac{(\frac{N}{2} - f_a)}{f_{md}} \right) i$$

Md = Mediana.

l_i = Límite inferior del intervalo que contiene a la mediana.

f_a = Frecuencia acumulada anterior a la clase que contiene a la mediana.

f_{md} = Frecuencia real de la clase que contiene a la mediana.

i = Valor del intervalo de las clases.

En el ejemplo que estamos estudiando:

$$Md = 500 + \left(\frac{\frac{100}{2} - 35}{28} \right) 100 = 553.57$$

La mediana también puede calcularse de la curva acumulativa (Fig. 1-7) y corresponde precisamente al valor que coincide con el 50%- de la frecuencia acumulativa.

LA MODA (Mo).

Es el parámetro que corresponde a la medida central que más frecuentemente se encuentra en una serie de valores, y representa por lo tanto lo típico de esos valores. La moda se encuentra en la máxima inflexión de la curva de frecuencias (Fig. 1-6). Aunque existen varias fórmulas para obtener analíticamente este parámetro, ninguna de ellas tiene ventajas realmente únicas, por lo que su determinación generalmente se hace en forma gráfica.

CUARTILAS (Q_i).

Las cuartilas son parámetros que se utilizan para dividir a la serie de valores en cuatro partes proporcionales. Son de gran importancia para obtener estimaciones relacionadas con la distribución o variabilidad de los valores estudiados.

Las cuartilas se pueden obtener también directamente de la curva acumulativa. Así por ejemplo en la Figura 1-7, la Primera Cuartila (Q_1), corresponde a 450, que representa al 25% de los valores. La Segunda Cuartila (Q_2), coincide precisamente con la Mediana, ya que ambas corresponden al 50% de los valores. La Tercera Cuartila (Q_3), corresponderá por lo tanto al 75% de los mismos valores.

La misma fórmula que se mencionó con anterioridad para obtener la Mediana, puede adaptarse para encontrar las cuartilas. Así por -

ejemplo, sí se quiere conocer la Tercera Cuartila, la fórmula será - entonces:

$$Q_3 = l_i + \left(\frac{\frac{3N}{4} - f_a}{f_{md}} \right) i$$

Las cuartilas pueden utilizarse también como medidas de - dispersión si se obtienen los siguientes parámetros:

$$\text{Desviación Aritmética de las Cuartilas} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

$$\text{Desviación Geométrica de las Cuartilas} = \sqrt{\frac{Q_3}{Q_1}}$$

DESVIACION ESTANDARD (S).

La desviación estandard es sin duda uno de los parámetros de mayores ventajas y utilidades en la granulometría, debido a que - constituye una representación cuantitativa de la dispersión de los valores estudiados con respecto a la media o promedio. Aunque el estudio de la desviación estandard comprende a la parte que analiza los - diversos tipos de distribución estadística, se considera conveniente proporcionar una idea prematura de este parámetro. La desviación estandard está dada por la siguiente ecuación:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (X_i - \bar{X})^2}{N}}$$

Esta fórmula nos dice que la desviación estandard S, es igual a la raíz cuadrada de la suma del cuadrado de las desviaciones de cada uno de los valores X_i con respecto al promedio $\bar{X}$, dividida por el número total de muestras N.

Una mejor manera de obtener la desviación estandard, es utilizando la siguiente ecuación:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} X_i^2}{N} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}\right)^2}$$

Trabajando con datos agrupados, puede usarse la siguiente ecuación:

$$S = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2}$$

d = X - A

A = Marca de clase que contiene a la Media.

X = Marca de clase (X_i).

f = Frecuencia.

Cuando los intervalos son constantes, podemos usar la siguiente ecuación:

$$S = C \; \frac{\sum fu^2}{N} - \left(\frac{\sum fu}{N}\right)^2$$

Para el ejemplo que estamos utilizando:

	Marca de Clase.	$u = \frac{X - A}{C}$	f	fu	u^2	fu^2
	150	- 4	1	- 4	16	16
	250	- 3	3	- 9	9	27
	350	- 2	11	-22	4	44
	450	- 1	20	-20	1	20
A $\longrightarrow$	550	0	28	0	0	0
	650	1	21	21	1	21
	750	2	13	26	4	52
	850	3	3	9	9	27
				1		207

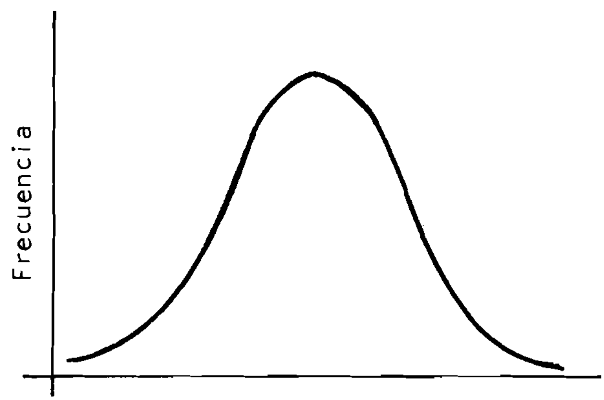
$$S = 100 \sqrt{\frac{207}{100} - \left(\frac{1}{100}\right)^2}$$

$$S = 100 \sqrt{2.069}$$

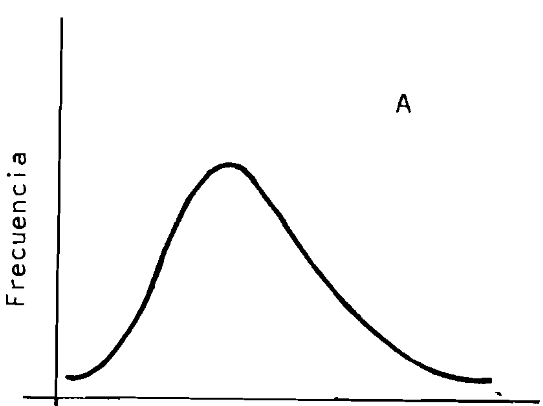
$$S = 143.8$$

ASIMETRIA (Skewness).

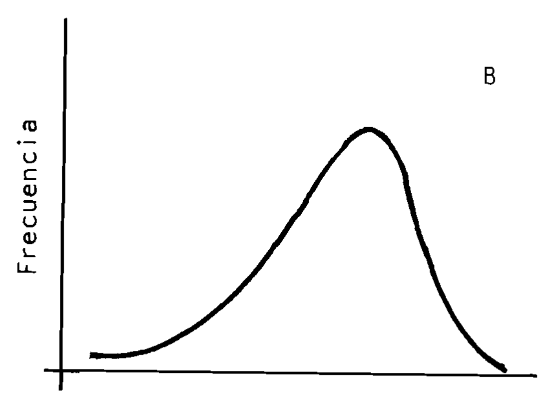
La figura 1-8 ilustra varias curvas de frecuencia que se caracterizan por tener una distribución de valores distinta. Esta característica se le conoce con el nombre de Asimetría.



Simetrica



Asimetrica Positiva.



Asimetrica Negativa

Fig. 1-8

La curva A tiene un mayor porcentaje de granos pequeños y - presenta una asimetría o "cola" hacia los sedimentos más grandes. Lo - contrario sucede con la curva B que representa una mayor abundancia de- partículas grandes y una "cola" hacia los granos finos.

Una manera de obtener un valor cuantitativo de la asimetría, es utilizando la siguiente ecuación:

$$S_k = \frac{\left(Q_1 - Q_3 - 2Md\right)}{2}$$

valores positivos de este parámetro, indicarán que el sedimento tiene un exceso de material grueso y un valor negativo será indicio de una mayor- abundancia de material fino.

Algunos autores como Inman (1938), utilizan lo que se conoce con el nombre de Grado de Asimetría Gráfico (S_{kg}). Este parámetro está- dado por la siguiente ecuación:

$$S_{kg} = \frac{Q_{16} - Q_{84} - 2Q_{50}}{Q_{84} - Q_{16}}$$

los valores de Q_{84}, Q_{16} y Q_{50} (Segunda Cuartila) se obtienen directamente de la curva acumulativa como se ilustra en la Figura 1-9.

Estatura (cm)	Número de estudiantes
menos de 140	0
menos de 150	5
menos de 160	23
menos de 170	65
menos de 180	92
menos de 190	100

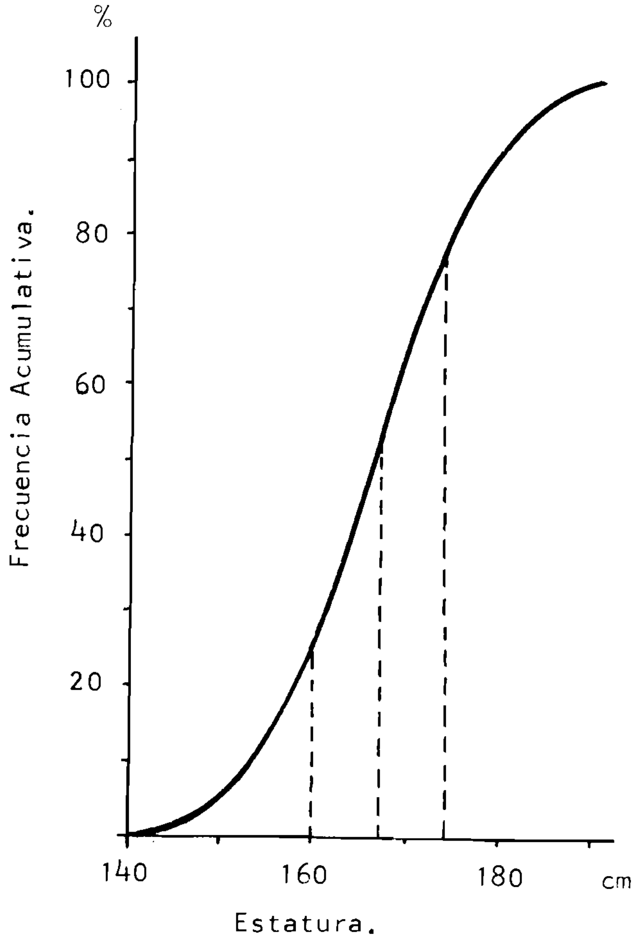
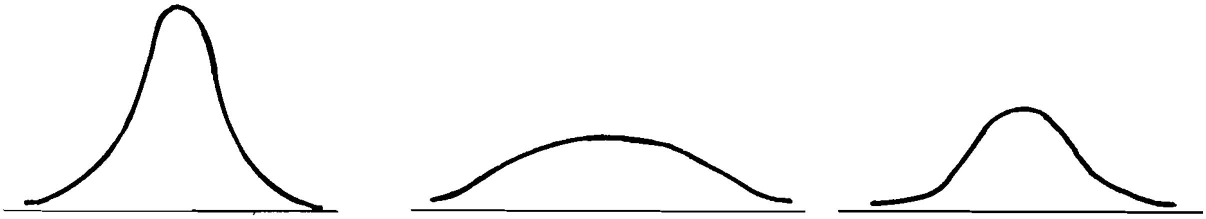


Fig. 1-9

CURTOSIS.

La curtosis a diferencia de la asimetría, proporciona - la relación que existe entre la distribución o esparcimiento de los-valores y sus respectivas frecuencias.



(A) Leptocúrtica (B) Platicúrtica (C) Mesocúrtica

Fig. 1-10

La Fig. 1-10 presenta 3 tipos de curvas aparentemente con - la misma asimetría pero con una curtosis diferente. La curva A presenta una mejor clasificación en su parte central y se le conoce como leptocúr tica. En cambio la curva B presenta menor agudeza en su parte central - y se le denomina platicúrtica.

Una manera de obtener un valor cuantitativo de Curtosis, es - utilizando la fórmula denominada por Folk, Curtosis Gráfica.

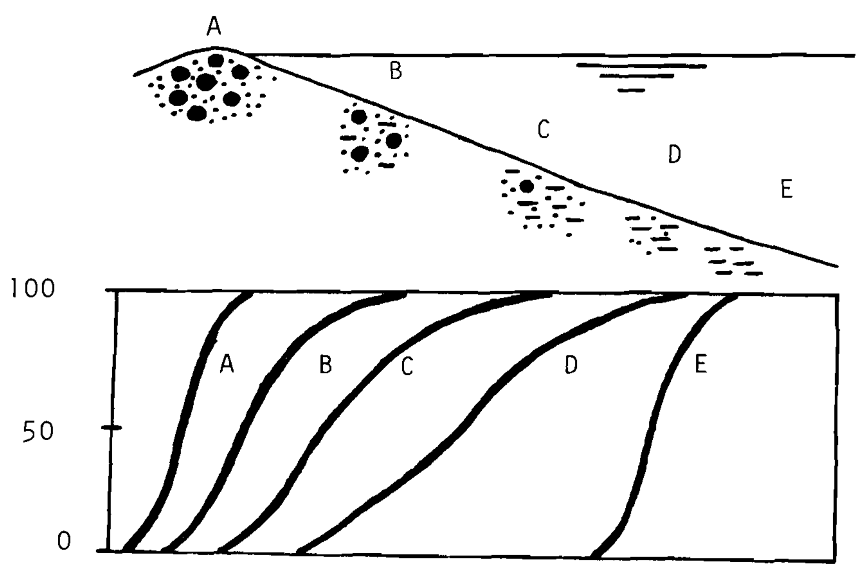
$$K_g = \frac{Q_{95} - Q_5}{2.44\ (Q_{75} - Q_{25})}$$

En las curvas de tendencia normal K_g es casi igual a la unidad, en cambio cuando las curvas son leptocúrticas el valor de K_g es mayor de 1. Si las curvas son platicúrticas el valor será menor que la unidad.

La Tabla siguiente tomada de Folk menciona la distribución de- los casos más importantes.

K_g		
	0.67	Muy platicúrtica.
0.67	0.90	Platicúrtica.
0.90	1.11	Mesocúrtica.
1.11	1.50	Leptocúrtica.
1.50	3.00	Muy leptocúrtica.

Una aplicación de la Asimetría (Skewness) y Curtosis se ilustra graficamente en la Fig. 1-11. En este diagrama se puede observar como en los medios sedimentarios de alta energía (playas, dunas, etc.) o en los sitios donde se verifican selecciones granulométricas relacionadas con el medio sedimentario (zonas profundas), las cuarvas acumulativas adoptan posiciones más verticales y las curvas de asimetria son predominantemente leptocurticas. Lo contrario sucede en los sitios intermedios (Fig. 1-11) donde las curvas son platicurticas.



CURVAS ACUMULATIVAS

	A	B	C	D	E
TAMAÑO	ARENAS LIMOS	LIMOS ARENAS	LIMOS ARCILLAS	ARCILLAS LIMOS	ARCILLAS
CLASIF.	BUENA	REGULAR	MALA	REGULAR	BUENA
CURTOSIS	LEPTO.	PLATI.	PLATI.	MESO.	LEPTO.
ASIMETRIA	CERO	POSITIVA	NEGATIVA	NEGATIVA	NEGATIVA

Fig. 1-11.

DISTRIBUCIONES ESTADISTICAS.

Las variables que se utilizan en la Sedimentología pueden adoptar valores diferentes entre sí, muchos de ellos pueden corresponder a medidas específicas de algún objeto como son el diámetro de una partícula, el grosor de un canto rodado, la esfericidad de un fragmento, el espesor de una unidad de sedimentación, etc., etc. A este tipo de medidas se les conoce con el nombre de variables continuas.

Otras medidas frecuentemente estudiadas y denominadas variables discretas, corresponden a valores relacionados con la presencia o ausencia de un determinado mineral, de una estructura sedimentaria, el porcentaje o frecuencia de algún fósil, etc., etc. Este tipo de valores reciben la denominación de variables discretas.

Los dos grandes grupos de variables mencionados con anterioridad, adoptan distribuciones estadísticas diferentes, las que por su misma naturaleza deben de estudiarse en forma separada.

DISTRIBUCIONES CONTINUAS.

En este tipo de distribuciones se encuentran el primer grupo de variables mencionados antes. La mayoría de ellas corresponden a medidas relacionadas con el tamaño de algún elemento físico.

Límite de clase (mm)	Xi	f	fa
0 - 10	5	3	3
10 - 20	15	1	4
20 - 30	25	3	7
30 - 40	35	11	18
40 - 50	45	27	45
50 - 60	55	37	82
60 - 70	65	43	125
70 - 80	75	51	176
80 - 90	85	58	234
90 - 100	95	42	276
100 - 110	105	36	312
110 - 120	115	27	339
120 - 130	125	13	352
130 - 140	135	3	355
140 - 150	145	1	356
		356	

Tabla No. 2.

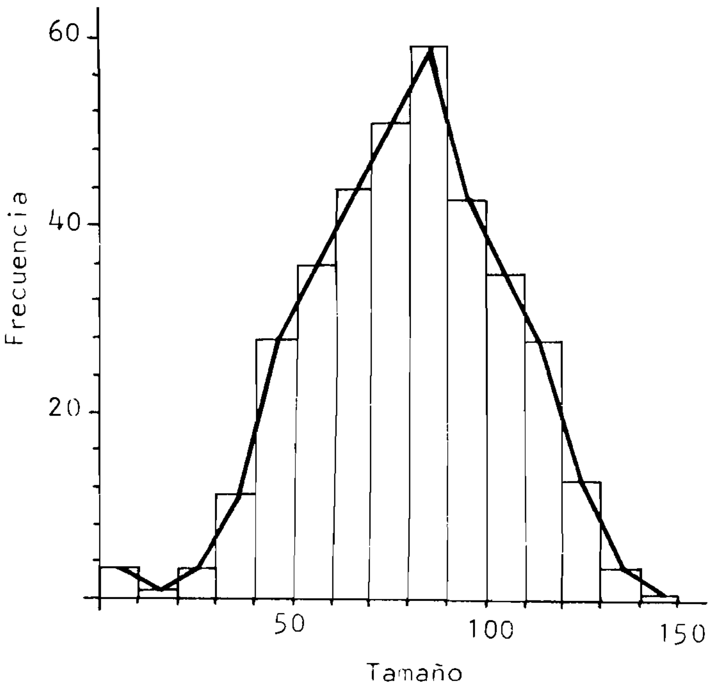


Fig. 1-12

En la Tabla // 2, se ilustra un estudio granulométrico efectuado en unos sedimentos terrigenos gruesos. El número total de matatenas - y cantos rodados estudiados fue de 356. La Figura 1-12 representa el histograma obtenido de este análisis, en este diagrama el intervalo de clase- seleccionado es de 10 mm. Una utilidad del histograma es el hecho de que- se pueden obtener proporciones distintas de valores que se consideren de - interés conocer. Así por ejemplo si se desea conocer la proporción de - granos mayores de 60 mm. y menores o iguales a 80. Lo que se hace es simplemente sumar las áreas de las columnas del histograma entre los mismos - intervalos y dividirlos por el área de todo el histograma, obteniéndose la siguiente relación:

$$\frac{(43 \times 10) + (51 \times 10)}{356 \times 10} = \frac{940}{3,560} = 0.26$$

De manera que la proporción de granos de la población de sedimentos estudiada entre 60 y 80 mm. es de 0.26. Otra manera de expresar lo- anterior es decir que en la población estudiada, existe una probabilidad de 0.26, para seleccionar en forma aleatoria granos entre 60 y 80 mm.

Al observar el histograma y la curva de frecuencia de este - ejemplo, se puede ver que a medida que hácemos el intervalo de clase más pequeño, las columnas del histograma se reducen proporcionalmente de ta - maño, pero aumentan de número, ocasionado por lo tanto que la curva de - frecuencia adopte la forma de una curva más contínua. Este tipo de cur - va se le conoce como Curva de Probabilidades.

Si consideramos que la función que adopta esta curva adquiere la forma siguiente:

$$Y= f\ (x)$$

para obtener el valor de la probabilidad en algún intervalo determinado, simplemente se integrará entre los límites requeridos.

$$p\ (a < Y < b) = \int_a^b f\ (x)\ dx$$

DISTRIBUCION NORMAL.

La distribución normal adopta una curva frecuentemente denominada "Curva de Gauss" o Curva Normal, la función de esta distribución está dada por la siguiente expresión:

$$n(x, \mu , \sigma)= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\ \pi}}\ e^{-(1/2\ \sigma^2\ (x-\mu))^2}$$

μ = Promedio

σ = Desviación estandard.

La ecuación anterior manifiesta que en una determinada curva al cambiar los parámetros μ y σ de valor, la forma de la curva también cambiará. La Fig. 1-13 presenta varias curvas en los que se puede apreciar como con distinto valor de σ el promedio μ permanece constante.

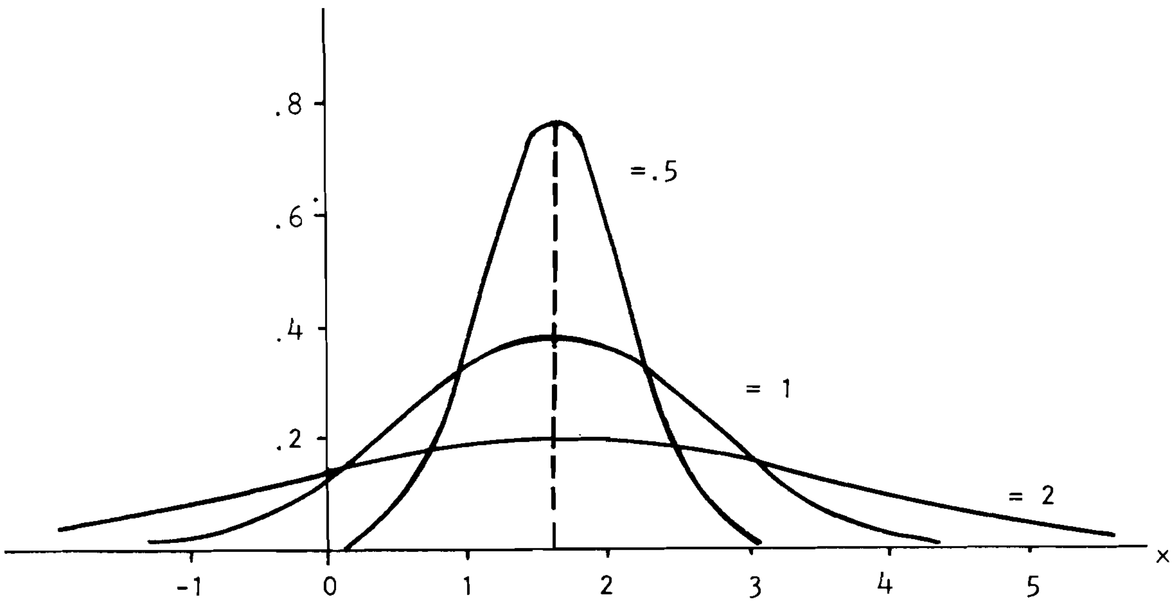


Fig. 1-13

En el ejemplo que se menciona en la discusión de distribuciones continuas el promedio μ de la población es de 80.26 y el de la desviación estandard $\sigma = 25.15$. De manera que la función que expresa esta distribución será:

$$n(x) = \frac{1}{25.15\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2\ (25.15)^2)\ (x - 80.26)^2}$$

Así por ejemplo para calcular la probabilidad: - - - - $p(a < x < b)$ únicamente se integrará la función anterior entre los límites escogidos.

$$Pr\ (a < x < b) = \int_a^b \frac{1}{25.15\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2\ (25.15)^2)\ (x - 80.26)^2}$$

En la estadística la curva normal generalmente se expresa con un valorde cero para μ y con un valor de uno para σ. Al mismo tiempo X es substituído por la unidad Z conocida como Forma Estandard.

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Por lo que para obtener el valor de la probabilidad en el intervalo previamente señalado, la expresión de la función original será ahora:

$$Pr(a < Z < b) = \int_a^b \frac{1}{2\pi} e^{-(Z^2/2)} dZ$$

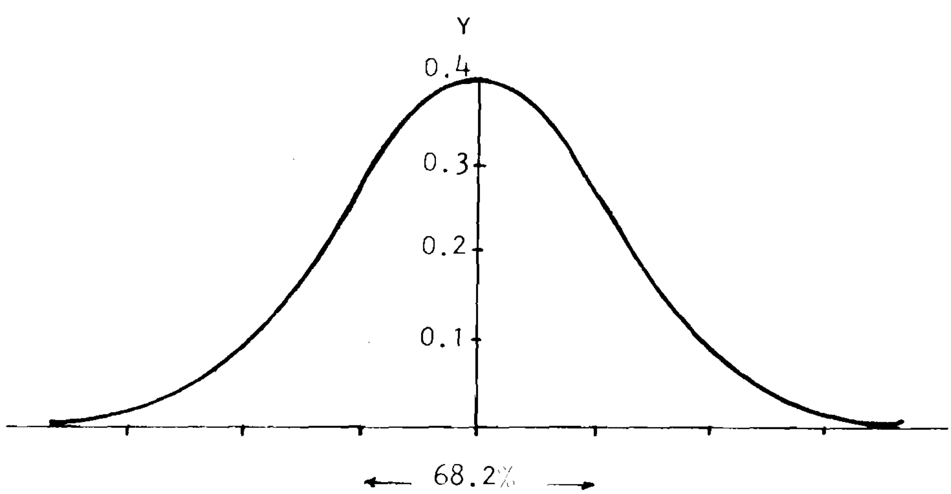


Fig. 1-14

La Figura 1-14 ilustra una Curva de Gauss con los valores de Z y con las áreas de la Curva de Probabilidades que corresponden a distintos valores de Z. Así por ejemplo sí $a=-1$ y $b=1$

$$Pr(a < Z < b) = \int_a^b \frac{1}{2\pi} e^{-1/2\, Z^2} d_Z$$

$$Pr(-1 < Z < 1) = \int_{-1}^{1} \frac{1}{2\pi} e^{-1/2\, Z^2} d_Z$$

$$Pr(-1 < Z < 1) = 0.68$$

Generalmente los valores de Z están dados en tablas especiales.

DISTRIBUCION NORMAL LOGARITMICA.

Este tipo de distribución es frecuentemente utilizada en Sedimentología, su función se expresa en la siguiente forma:

$$L(x, \theta, \gamma) = \frac{1}{x\theta\sqrt{2\pi}} e^{(-\log x - \gamma)^2 / 2\theta^2} \qquad x > 0$$

En esta ecuación θ es el promedio y γ es la desviación estandard de la distribución.

DISTRIBUCIONES DISCRETAS.

En los ejemplos anteriores se han visto las clases de distri buciones que están relacionadas con valores contínuos. En Geología y - generalmente en Sedimentología, frecuentemente se requiere analizar variables que no adquieren todos los valores de un determinado intervalo, sino que toman valores aislados.

DISTRIBUCION BINOMIAL.

En Sedimentología es frecuente tener una serie de variables que se puedan agrupar en dos conjuntos mutuamente exclusivos, como por- ejemplo la ausencia o presencia de una estructura sedimentaria, el número de minerales pesados que se encuentran en una muestra, las probabilidades de éxito o frustración de un experimento, etc., etc. La manera de expresar este tipo de distribuciones es utilizando la siguiente función:

$$P\ (x) = \frac{N!}{(X!\ (N-X)!\ )}\ p^{x}\ q^{N-X}$$

N= Número total de ocasiones de un experimento.

P= Probabilidades de éxito.

q= Probabilidades de frustración.

X= Número de éxitos en un experimento.

Así por ejemplo si consideramos que una muestra contiene 60 - gramos de minerales pesados de zircón y queremos saber la probabilidad de obtener 20 gramos de la misma muestra, entonces aplicaremos la ecuación - anterior:

$$P = \frac{1}{3} \qquad q = \frac{2}{3}$$

$$P\ (X) = \frac{N!}{X!\ (N-X)\ !}\ p^{x}\ q^{(N-X)}$$

$$P\ (X) = \frac{60\ !}{20!\ (50\ -\ 20)!}\ \left(\frac{1}{3}\right)^{20}\ \left(\frac{1}{3}\right)^{40}$$

$$P\ (X) = 0.30$$

DISTRIBUCION DE POISSON.

Esta clase de distribución es frecuentemente utilizada en Geología, en casos relacionados con la aparición aleatoria de algún evento, como por ejemplo: la irregularidad de un canto rodado, la aparición ó - desaparición de un determinado mineral, el conteo radioactivo, etc.

La fórmula de esta distribución es la siguiente:

$$P\ (X;\ \lambda\ ) = \frac{\lambda^{x}\ e^{-\lambda}}{X!} \qquad \text{cuando } X = 0,\ 1,\ 2,\ 3...N$$

En esta ecuación λ es una constante y puede ser cualquier número positivo. Un ejemplo que muestra el uso de esta distribución, es el siguiente:

Un investigador desea conocer la probabilidad de que una muestra de 10 cantos rodados escogidos al azar en el lecho de un río, cuando menos 2 resulten defectuosos. Si en trabajos efectuados en el área se ha podido observar que el porcentaje aproximado de cantos rodados con partes terminales incompletas es del 10%, entonces se puede asumir que $\lambda = N \times P$ de manera que $\lambda = 10 \times 0.10$; $\lambda = 1.0$

Aplicando la función de esta distribución.

$$P(Z;\ 1) = \frac{1^{2} \quad e^{-1}}{2!} \qquad e = 2.718$$

$$P(2;\ 1) = 0.18$$

R E F E R E N C I A S

Graybill, F. A., (1961):"An Introduction to Linear Statistical models": McGraw - Hill Book Co.

Griffiths, J. C., (1962): "Uses of Computers and Statistics in Exploration and Development of Mineral Resources": University of Arizona, College of Mines Symposium, p. E1-1-19.

Krumbein, W C. and Graybill, F. A., (1965): "An Introduction to Statistical Models in Geology": McGraw - Hill Book Co.

Miller, R. L. and Kahn, J. S.,(1962): "Statistical Analysis in the Geological Sciences": John Willey & Sons.

Spiegel, R. Murray, (1969): "Statistics" :McGraw-Hill Book Co. (Schaum's outline series).