



---

---

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**INSTITUTO DE GEOFÍSICA**  
**POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA**

**ANÁLISIS CUANTITATIVO DE FORMAS DE ONDA**  
**EN EL VOLCÁN POPOCATÉPETL**

**T E S I S**

**PARA OBTENER EL GRADO DE:**

**MAESTRO EN CIENCIAS**

**(SISMOLOGÍA)**

**P R E S E N T A**

**VÍCTOR MANUEL CRUZ ATIENZA**

**D I R E C T O R**

**JAVIER FRANCISCO PACHECO ALVARADO**

**2001**

*A toda mi gente,*

*Porque las cosas pasan,  
Porque van pasando y siguen pasando  
Sin importar si uno quiere que pasen.  
Porque las cosas cambian,  
Porque la vida cambia  
Sin importarle nada.  
Porque todo cambia y  
Seguirá cambiando,  
Sólo por eso,  
Yo seguiré andando.*

*Víctor Manuel Cruz Atienza*

*México D.F. a 4 de Julio del 2001*

## *Contenido*

<i>Advertencia</i>	4
<i>Resumen</i>	4
<i>Introducción</i>	6
<i>Estructura de Velocidad</i>	15
<i>Fuente Explosiva</i>	22
<i>Discusión y conclusiones</i>	30
<i>Bibliografía</i>	33
<i>Agradecimientos</i>	37
<i>Apéndice</i>	38

## **Advertencia**

Después de leer este trabajo, el lector entenderá que su contenido gira entorno al artículo del Apéndice. En dicho artículo se encuentra, de una manera concreta y bien estructurada, la metodología y los resultados de esta investigación. Los apartados que anteceden al apéndice fueron pensados con la intención de tratar brevemente algunos aspectos que, por las limitaciones de espacio, no pudieron ser incluidos en el artículo. Bajo este tenor, la extensa introducción que a continuación aparece pretende contextualizar e involucrar al lector, de una manera general, en la evolución y estado actual del problema que nos planteamos resolver. Por otro lado, en los apartados restantes sólo se hicieron algunas reflexiones y ejercicios numéricos que el autor creyó pertinentes para sustentar aún mejor los resultados y metodologías comprendidos en esta investigación.

## **Resumen**

El 21 de Diciembre de 1994, después de 70 años de una actividad fumarólica casi insignificante, el volcán Popocatepetl produjo una gran exhalación de ceniza y gases que representó el comienzo de una nueva etapa de actividad volcánica. En Marzo de 1996 se observó por primera vez el crecimiento de un domo de lava en la base del cráter del volcán. El 29 de Abril de 1997 una gran explosión destruyó el domo previamente formado. La formación de nuevos domos y su eventual destrucción es el mecanismo que ha dado origen a las cuantiosas explosiones que se han presentado hasta la fecha. Desde entonces, 27 de ellas fueron registradas por estaciones de banda ancha hasta Enero del 2001. La señal dominante en la banda de 10 a 30 s claramente corresponde a un pulso de Lamb. En consecuencia, se asumió el modelo de fuente explosiva propuesto por Kanamori y Given (1983) para diseñar un algoritmo de inversión que permitió determinar los siguientes parámetros: profundidad, duración, magnitud y dirección de la fuerza puntual,  $F$ , aplicada sobre el terreno durante las explosiones. Para el cálculo de las funciones de Green durante el análisis de la fuente en las estaciones más cercanas, se determinó la estructura cortical de velocidades invirtiendo funciones de receptor con "Simulated Annealing" en la estación PPIG, localizada 5 km al norte del volcán. Las funciones de receptor observadas mostraron características comunes que solamente

pueden explicarse incluyendo una zona de baja velocidad (ZBV) cercana a la superficie. El modelado de las funciones confirmó la presencia de la ZBV aproximadamente a 8 km abajo del cráter, con una relación de Poisson anómalamente alta ( $\nu = 0.295 \pm 0.013$ ), posiblemente relacionada a la cámara magmática del volcán.

Las inversiones de la fuente explosiva de los 10 eventos analizados revelaron una ley de escalamiento entre la magnitud de la fuerza,  $F$ , y la duración de la fuente,  $\tau$ , dada por  $F \propto \tau^2$ , satisfaciendo expectativas teóricas. Por otro lado,  $F$  es proporcional a la amplitud de las ondas registradas,  $A$ , de acuerdo con lo predicho por la teoría de la elasticidad:  $F \propto A$ . Además, considerando que la función de fuente es triangular, el impulso de la fuerza queda definido por  $K = F\tau/2$ . Entonces, combinando estas últimas tres relaciones, fue posible derivar dos escalas de magnitud,  $M_k$ , equivalentes. Ambas están referidas a la magnitud de la fase inicial de la erupción del Santa Elena (18 de Mayo de 1980), estimada en 4.6. La primera de ellas, que depende de  $K$ , es de carácter universal. La segunda, que depende de la amplitud de las ondas registradas en la estación PPIG, permite hacer determinaciones sistemáticas pocos minutos después de haber ocurrido una explosión en el Popocatepetl. Las magnitudes,  $M_k$ , de los 27 eventos registrados van de 1.8 a 3.2. La magnitud de las componentes horizontales de las fuerzas invertidas representa, en promedio, el  $37 \pm 15\%$  de las componentes verticales. Esto se ve reflejado en el patrón de radiación y las grandes amplitudes registradas en los sismogramas transversales.

## **Introducción**

Durante los últimos veinte años, el uso de sismógrafos de banda ancha en el monitoreo de la actividad volcánica ha permitido contar con observaciones inéditas de la fenomenología asociada al vulcanismo. El amplio espectro de Fourier que ahora es posible analizar de las señales procedentes de un volcán en actividad, permite distinguir, entre una gran diversidad, las fuentes que dieron origen a dichas señales. Con este tipo de observaciones, hoy en día la sismología volcánica es capaz de determinar la dinámica de los procesos eruptivos, sus propiedades físicas, e incluso la extensión y evolución de las fuentes generadoras de la radiación sísmica observada (v.gr., Kanamori and Given, 1983; Chouet, 1996; Kaneshima et al., 1996; Rowe et al., 1998; Ohminato et al., 1998).

La sismicidad volcánica puede clasificarse en dos tipos según su origen: **a)** aquella que resulta de los procesos ocurridos en los fluidos, ya sea por su termodinámica o por fluctuaciones de presión que experimentan al transportarse de manera inestable en el interior del volcán (por algunos nombrados de “Tipo B”, v.gr., eventos de periodo largo “LP”, y tremores); **b)** aquella originada por fallamientos en la parte sólida de la estructura volcánica como resultado de la acumulación de esfuerzos, en semejanza a los terremotos tectónicos (por algunos nombrados de “Tipo A”, v.gr., eventos vulcano-tectónicos, VT). Como se verá más adelante, en el caso de una explosión tipo Santa Helena (EUA; Kanamori et al., 1984), Asama (Japón; Sawada, 1998) o Tokachi (Japón; Nishimura y Hamaguchi, 1993), donde la presión acumulada en el reservorio magmático es liberada súbitamente expulsando el material de su interior, el modelo físico suficiente para justificar la radiación sísmica observada consiste de dos partes. Una fuerza puntual, contraria a la dirección de la eyecta, ejercida sobre la parte sólida del reservorio, y una deformación volumétrica del mismo como consecuencia de la caída de presión del fluido al ser expulsado de su interior (Kanamori et al., 1982; Kanamori et al., 1984). Como el lector verá más adelante, uno de los objetivos centrales de esta investigación fue emplear este modelo físico de fuente, obviando las deformaciones volumétricas, para explicar el campo de ondas excitado durante las explosiones que el volcán Popocatepetl ha presentado en sus últimos cuatro años de actividad.

El Popocatepetl es un estratovolcán de 5,450 m de altura situado en la parte central del Eje Neovolcánico Transmexicano, 60 km al sureste de la ciudad de México (Figura 1,

Apéndice). Dicho volcán, que actualmente se encuentra en un período eruptivo, ha presentado eventos cataclísmicos de tipo pliniano en varias ocasiones a lo largo de su historia. Las tres últimas secuencias eruptivas más importantes de este tipo sucedieron en los períodos 3195-2830 A.C., 800-215 A.C., y 675-1095 D.C. (Siebe et al., 1996). Dichas secuencias siguieron un patrón muy similar. En la fase inicial presentaron caídas menores de ceniza, flujos piroclásticos y explosiones hidromagmáticas, dando lugar a oleadas diluidas turbulentas. Después del emplazamiento de las oleadas, en todos los casos se presentaron pulsos plinianos cuyas columnas se estima que alcanzaron la estratosfera, a más de 25 km de altura. Dichos pulsos provocaron caídas de pómez que rebasaron los 50 cm de espesor a una distancia de 25 km del cráter, preferentemente en la dirección este-



**Figura 1** Exhalación típica del volcán Popocatepetl después de su reactivación en Diciembre de 1994. Imagen del flanco norte del volcán. (Cortesía de CENAPRED).

noreste del volcán (Siebe et al., 1996). En varias ocasiones, lahares y flujos de lodo con un alcance superior a los 30 km hacia los flancos norte, este y sur acompañaron dichos episodios eruptivos. Existen evidencias que muestran cómo estos devastadores flujos afectaron fuertemente, de manera directa o indirecta, el desarrollo de importantes centros religiosos y poblacionales que pertenecían a las culturas prehispánicas asentadas en las proximidades del volcán (v.gr., Cholula y Teotihuacan; Siebe et al., 1996; Sanders et al., 1979). Tomando como referencia las dos últimas secuencias eruptivas, entre éstas existe un período de recurrencia de aproximadamente 1038-1622 años. Esto querría decir,

asumiendo que efectivamente éste pueda tomarse como un período de recurrencia, que otra etapa de actividad cataclísmica podría suceder antes del siglo XXII (Siebe et al., 1996).

Después de siete décadas de una insignificante actividad fumarólica, en 1993, la actividad sísmica del volcán Popocatépetl se incrementó hasta alcanzar niveles de 3 a 6 eventos de periodo largo (LP) por día, acompañados de pequeñas exhalaciones de vapor de agua y ceniza (Bulletin of the Global Volcanism Network, 1994). Dicha actividad fue monitoreada por una estación analógica de tres componentes de periodo corto, situada 5 km al norte del volcán, en Tlamacas. Debido a que sólo el canal vertical de la estación analógica era transmitido por radio al Servicio Sismológico Nacional (SSN), la localización de dichos eventos no fue posible. En Noviembre de 1994, un incremento importante en la actividad sísmica del volcán (30 LP por día, la presencia de un enjambre de eventos VT y tremor sostenido) significó la antesala al evento principal ocurrido el 21 de Diciembre de 1994, en el que una columna de ceniza y vapor de agua se elevó ~5 km por encima del cráter. Este episodio fue considerado como el comienzo de la nueva etapa eruptiva del volcán, misma que continúa hasta la fecha.

A partir de Diciembre de 1994, la actividad del Popocatépetl se caracterizó por emisiones esporádicas de ceniza y liberación sostenida de gases magmáticos (Figura 1). Cinco estaciones telemétricas de periodo corto con tres componentes fueron instaladas en los flancos del volcán, y operadas conjuntamente por la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) y el Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED). A finales de Marzo de 1996 se observó por primera vez la formación de un domo de lava en la base del cráter, similar al que se muestra en la Figura 2. En Septiembre del mismo año se instaló la primera estación telemétrica digital de banda ancha, PPIG (Figura 1, Apéndice), mantenida y operada por el SSN de la UNAM. El 29 de Abril del año siguiente, dicho domo fue parcialmente destruido por una explosión que llegó a registrarse a más de 100 km de distancia (estación PLIG, Figura 1, Apéndice). Para entonces ya se habían instalado 2 estaciones portátiles de banda ancha a menos de 10 km del cráter. Fue esta explosión, ocurrida el 29 de Abril de 1997, la que dio origen a una nueva fase explosiva del volcán Popocatépetl, misma que se ha mantenido hasta la fecha.





**Figura 2** Domo de lava formado en la base del cráter del Popocatepetl. El diámetro del cráter es de aproximadamente 800 m. (Cortesía de José Luis Macías).

Durante este “nuevo” periodo de actividad, 27 explosiones fueron registradas hasta Enero del 2001 en al menos una estación de banda ancha (ver tabla 1, Apéndice). Estos eventos se han caracterizado por arrojar material incandescente (Figura 4) sobre las laderas del volcán con una directividad marcada, tal y como se puede apreciar en la secuencia fotográfica mostrada en la Figura 3. El emplazamiento de un nuevo domo y su destrucción ha sido el mecanismo recurrente que ha dado origen a cada una de las explosiones (Arciniega-Ceballos et al., 1999).

A pesar de contar con una gran cantidad de información compilada durante estos últimos cuatro años de intensa actividad sismo-volcánica del Popocatepetl, en la actualidad no se cuenta con criterio cuantitativo alguno que permita comparar el “tamaño” de las explosiones que se tienen registradas hasta el día de hoy. Asimismo, la posibilidad que brindan los registros de banda ancha para determinar los procesos físicos que gobiernan estas explosiones, tampoco ha sido aprovechada. Contar con modelos dinámicos de los procesos que ocurren en el interior del volcán, permitiría entender la situación actual del sistema eruptivo. Además, contribuiría a la búsqueda de patrones asociados con la fenomenología premonitorea mesurable de las cuantiosas explosiones del volcán. Junto con lo anterior, una escala de magnitud que permita asignar un valor a distintos eventos explosivos, de manera similar a la que se lleva a cabo sistemáticamente

con los terremotos, sería también de gran utilidad. Con todo lo anterior, existirían más elementos para el desarrollo de planes para la protección civil y prevención de desastres.



**Figura 3** Secuencia fotográfica de la explosión del 25 de Noviembre de 1998 en el volcán Popocatepetl. La flecha superior indica la dirección del “jet”, la discontinua la trayectoria balística del material expulsado (arbitraria), y la elipse el área de impacto de los fragmentos eyectados.

Durante más de siete décadas se ha buscado la manera de determinar el “tamaño” de las erupciones volcánicas. Estimaciones de la energía térmica y cinética del material eyectado, del volumen de lava y piroclastos, del impacto barométrico de las ondas de choque, de la altura de las columnas y de las trayectorias balísticas de fragmentos individuales (v.gr., Escher, 1933; Tsuya, 1955; Gorshkov, 1960; Hédervári, 1963; Yokoyama, 1956-1957), han sido empleadas para establecer escalas de comparación. Desgraciadamente la mayoría de estas mediciones, o adolecen de gran incertidumbre, o provienen de medición de parámetros físicos que no son cuantificables de manera sistemática. Tsuya (1955) estableció por primera vez una escala de intensidades a partir del volumen eyectado. Esta escala brindó la valiosa posibilidad de hacer comparaciones entre diferentes fenómenos volcánicos. Empleando algunas determinaciones basadas en esta escala, Yokoyama (1956,1957) estimó la energía liberada durante las erupciones volcánicas. Estableció que esta energía se divide en las siguientes partes: energía cinética, energía potencial, energía térmica, energía de los tremores y terremotos volcánicos, energía de la onda expansiva de choque, energía del tsunami en el caso de erupciones marinas, y la energía necesaria para romper el edificio volcánico. Una conclusión importante de su trabajo es que la energía térmica liberada es muchos órdenes de magnitud mayor que todas las demás mencionadas. Seis años más tarde, Péter Hédervári (1963) basado en las formulaciones matemáticas de Yokoyama, centró su atención en la energía térmica liberada en 94 erupciones. Con base en sus consideraciones, y asumiendo

que la magnitud de una erupción es proporcional a la energía liberada, Hédervári dedujo tres escalas de magnitud dependientes de la energía térmica, a su vez dependiente del volumen y la velocidad de la eyecta, partiendo de una formulación específica que relaciona la magnitud con la energía sísmica de los terremotos. Es hasta 1980 cuando G.P.L. Walker (1980) formaliza las definiciones. Él concluye que el tamaño de las erupciones volcánicas se manifiesta a través de cinco parámetros “cuantificables”: la *magnitud*, que depende de la cantidad de material eyectado; la *intensidad*, que depende de la tasa de eyección de material (está muy ligada a la altura de la columna); el *poder dispersivo*, que depende del área sobre la cual se dispersa el material expulsado; la *violencia*, que debe emplearse en los casos para los cuales la distribución del material eyectado depende de su momento; y el *potencial destructivo*, que se refiere a la extensión actual de la devastación de una erupción, o a la que potencialmente podría desarrollar. Para el caso de la *magnitud*, Walker adopta como válida la escala propuesta por Tsuya (1955), que va del cero al nueve, basada en el volumen de material eyectado. A manera de colofón de esta larga búsqueda, Newhall y Self (1982) emplean las definiciones de Walker para analizar la información disponible de erupciones previamente estudiadas en los catálogos internacionales. La conclusión de su investigación quedó condensada en el Índice de Explosividad Volcánica (VEI) que, en la actualidad, representa el criterio de comparación entre erupciones volcánicas más ampliamente aceptado. Por ejemplo, el VEI ha sido adoptado por el Instituto Smithsonian en la elaboración de sus compilaciones de erupciones volcánicas pasadas. Por tratarse de fenómenos naturales cuyas dimensiones varían en muchos órdenes de magnitud, el VEI es un índice que toma valores entre cero y ocho de manera logarítmica con respecto a los parámetros de los cuales depende (v.gr., volumen eyectado, altura de la columna, descripción cualitativa, etc.). Uno de los inconvenientes de esta escala es que no puede utilizarse en el caso de erupciones no explosivas con emisión de lava.

Otras investigaciones que retomaron los resultados publicados por Yokoyama (1957) han llegado a relacionar al índice de explosividad VEI con la energía térmica liberada por las erupciones,  $E_t$  (Cruz-Reyna, 1991), encontrando una relación logarítmica lineal entre éstos expresada por  $VEI = 1.28 \log E_t - 26.95$ . Sin embargo, uno de los supuestos que subyacen en el VEI es que la magnitud y la intensidad de una erupción

están ligadas de alguna forma, de tal manera que un número simple puede describir aspectos diferentes del tamaño de un evento. Trabajos posteriores demostraron que no necesariamente existe dicha relación. Por el contrario, dos escalas logarítmicas independientes son necesarias, una para la magnitud y otra para la intensidad (Pyle, 2000). Estas relaciones son las siguientes:  $M = \log_{10}(\text{masa, kg}) - 7$  y  $I = \log_{10}(\text{tasa de eyeccion de masa, kg / s}) + 3$ . Para muchas erupciones, la magnitud,  $M$ , definida de esta forma coincide con el índice correspondiente VEI.



**Figura 4** *Expulsión moderada de material incandescente a la ladera noreste del volcán Popocatepetl (18 de Diciembre del 2000). Alcance máximo de aproximadamente 1.5 km. Este fenomeno ha sido recurrente en los últimos 4 años de actividad. (Fuente desconocida).*

Tal como se mencionó al comienzo de esta introducción, los registros sísmicos obtenidos con instrumentos cada vez más sofisticados brindan observaciones sumamente precisas y sistemáticas de la fenomenología asociada al vulcanismo. Por esta razón, la posibilidad de contar con escalas precisas de magnitud volcánicas, que dependan de este tipo de información, es una realidad. En este sentido, McNutt (1994) propuso una escala de magnitud que relaciona al VEI con el campo de desplazamiento de tremores

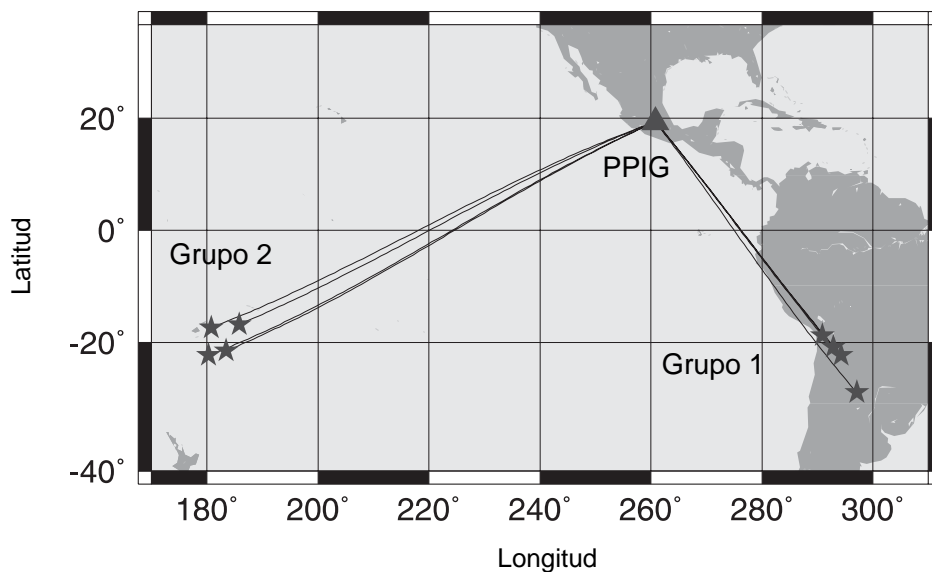
normalizado ( $D_R$ ). Dicha normalización puede llevarse a cabo con respecto a la amplitud de las ondas de cuerpo (v.gr., ondas P y S) o con respecto a la de las ondas superficiales (v.gr., ondas de Rayleigh, de Love o PL). Esta relación es:  $VEI = 2.17 \log_{10} D_R - 0.17$ . Más tarde, con base en las determinaciones del mecanismo dinámico de la fuente explosiva hechas a partir de los registros sísmicos de la erupción del 18 de Mayo (1980) del volcán Santa Helena, Brodsky y otros (1999) propusieron un índice de violencia (Walker, 1980),  $M_v$ , dependiente del valor máximo de la fuerza puntual ejercida sobre el terreno durante las explosiones volcánicas:  $M_v = 1/2 \log_{10} |F_{\max}|$ . Como se verá en el presente trabajo, el valor máximo de dicha fuerza puede determinarse directamente de la inversión de los registros de banda ancha de una explosión. De esta manera, ahora es factible asignar magnitudes a los eventos explosivos a partir de sismogramas registrados, permitiendo comparaciones más objetivas de las dimensiones de los fenómenos volcánicos.

En el presente trabajo nos hemos propuesto investigar los principales parámetros físicos que gobiernan la fuente explosiva del volcán Popocatepetl asumiendo el modelo propuesto por Kanamori y Given (1983). Es importante decir que la fenomenología volcánica estudiada, a la que hemos denominado en este trabajo de naturaleza explosiva, no es más que una muy específica entre la amplia gama presente en el volcán. Esto quiere decir que solamente aquellas manifestaciones cuyas firmas sismológicas sean del tipo expuesto en el capítulo consagrado a la fuente explosiva, serán consideradas como explosiones susceptibles a ser analizadas según la metodología adoptada en esta investigación. Nuestros resultados muestran que las explosiones del volcán siguen la ley de escalamiento  $F_{\max} \propto \tau^2$ , donde  $\tau$  es la duración de la fuente y  $F_{\max}$  es el valor máximo de la fuerza aplicada al terreno durante las explosiones. A partir de dicha relación se derivaron dos escalas equivalentes de magnitud,  $M_k$ . La primera de ellas, que depende del impulso  $K = (1/2) F_{\max} \tau$  del material eyectado, posee una validez universal. La segunda, que depende de la amplitud de las ondas en la estación permanente PPIG (Figura 1, Apéndice), permite determinar la magnitud de manera sistemática, pocos minutos después de haber ocurrido una explosión en el volcán Popocatepetl.

Para estudiar la fuente explosiva a partir de los registros sísmicos es necesario conocer el efecto de propagación de las ondas sísmicas. Dada la cercanía de algunas estaciones al volcán (PPIG, SXPP, PPC y SPP; Figura 1, Apéndice), el tiempo de arribo de la onda  $P$  es de escasos segundos. Por otro lado, los resultados de los procesos de modelación de la fuente son muy sensibles al tiempo de origen de las explosiones. En consecuencia, para el cálculo de las funciones de Green, fue necesario determinar un modelo unidimensional detallado de velocidades debajo del volcán. Dicho modelo se determinó empleando funciones de receptor en la estación PPIG, localizada 5  $km$  al norte del cráter (Figura 1, Apéndice). Las funciones de receptor observadas poseen características extraordinarias como el arribo de fases negativas de gran amplitud. El proceso de modelación cortical reveló una serie de rasgos estructurales que por sí mismos reclaman una atención especial: una zona de baja velocidad (ZBV) a 8  $km$  de la cima del Popocatepetl con una relación de Poisson ( $\nu$ ) anómalamente alta, y dos gradientes de velocidad bien definidos, uno superficial y otro abajo de la ZBV. En conjunto, estos hechos muestran la manera en que el vulcanismo activo del Popocatepetl ha penetrado y transformado la corteza media y superior.

### Estructura de velocidad

La determinación de la estructura de velocidad y de la distribución espacial de propiedades elásticas en una región volcánicamente activa, permite entender la configuración interna del sistema eruptivo. De la misma manera, permite localizar con mayor precisión las fuentes sísmicas que acompañan y caracterizan al fenómeno volcánico. Para establecer dicha distribución de propiedades en el medio, actualmente las técnicas más utilizadas son la tomografía sísmica (v.gr., Sander et al., 1995; Haslinger et al., 2001) y los cocientes espectrales (v.gr., Ponko y Sanders, 1994; Shapiro et al., 2000). Sin embargo, estas técnicas implican grandes costos de instrumentación y procesamiento de datos, y la confiabilidad de sus resultados depende de la cobertura acimutal que disponga la sismicidad local. Por otro lado, al tratarse de sismicidad local, las profundidades de investigación están limitadas a la corteza superior.



**Figura 5** Localización de los epicentros tectónicos (estrallas), y de la estación de banda ancha PPIG (triángulo). El Grupo 1 corresponde al de sudamérica, y el Grupo 2 al de las islas Fiji.

En contraste, las funciones de receptor (Langston, 1979; Ammon, 1991) permiten establecer de una manera más simple, y en su totalidad, la estructura cortical debajo de regiones acotadas de la superficie de la Tierra (Zhang and Langstone, 1995; Shibutani et al., 1996; Bump and Sheehan, 1998; Li et al., 2000; Cruz-Atienza, 2000; Yuan et al.,

2000). La forma de dichas funciones depende fuertemente de los contrastes acústicos contenidos en la estructura subyacente a la estación receptora. Por esta razón se decidió emplear esta técnica en la estación PPIG (Figura 1, Apéndice) para determinar la distribución cortical de velocidades en la región volcánicamente activa del Popocatepetl.

Después de hacer una selección cuidadosa entre los telesismos registrados en PPIG, cuyas distancias epicentrales estuvieran entre  $30^\circ$  y  $90^\circ$ , se formaron dos grupos de eventos (Figura 5). En la Tabla 1 aparece información detallada de cada uno de ellos. La Figura 5 muestra la localización de ambos grupos con respecto a la estación PPIG, misma que puede apreciarse en detalle en la Figura 1 del Apéndice. Las funciones de receptor se calcularon deconvolucionando iterativamente las componentes verticales de las radiales en el dominio del tiempo (Liguria and Ammon, 1999) con una frecuencia de corte de 0.5 Hz (2 s). Los apilados de las funciones de cada grupo, con  $\pm\sigma$ , aparecen en las Figuras 6a y 6b.

Grupo 1 (Sudamérica)				
Fecha	Latitud	Longitud	Profundidad	Magnitud ( $M_w$ )
97/01/23	-22.1	-65.7	281 km	7.1
99/09/15	-20.7	-67.1	218 km	6.4
99/11/30	-18.8	-69.1	138 km	6.5
00/04/23	-28.2	-62.9	608 km	6.9
Grupo 2 (Fiji)				
98/03/29	-17.4	-179.2	554 km	7.1
98/05/16	-22.1	-179.7	609 km	6.8
99/04/13	-21.4	-176.5	172 km	6.8
00/01/08	-16.9	-174.2	162 km	7.2

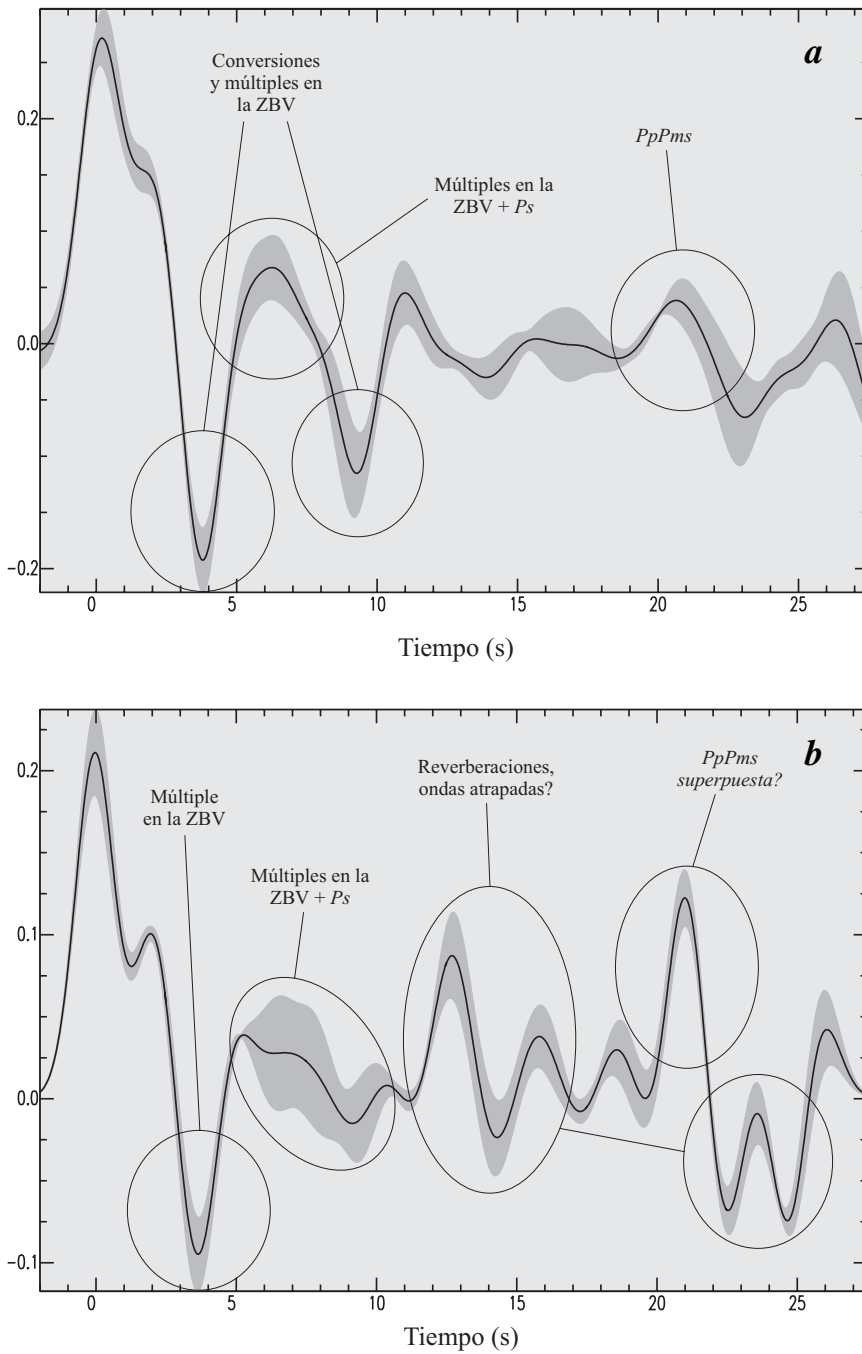
**Tabla 1** Información de los eventos telesísmicos utilizados en el análisis con funciones de receptor.

Ambos apilados poseen características comunes que no corresponden a la respuesta de una estructura cortical típica. Fases negativas de gran amplitud en los primeros segundos y señales armónicas sostenidas (Figuras 6a y 6b) son algunas de las



más notables. Por otro lado, entre ellas también existen diferencias importantes. La función de receptor de las Islas Fiji (grupo 2, Figura 6b) presenta una complejidad mayor que la de Sudamérica (grupo 1, Figura 6a). En primer lugar, dicha función contiene dos fases positivas con una amplitud extraordinariamente grande a los 12.5 y 21 segundos después del arribo de la onda *P* directa (0 s). Para generar fases con esa amplitud a través de una simple conversión o un múltiple en el Moho, o en una interfase de la corteza media, los contrastes acústicos necesarios superarían considerablemente las expectativas que se tienen para la región, según estudios precedentes (Cruz-Atienza, 2000). En segundo lugar, presenta una señal armónica sostenida de aproximadamente 3 s de período a partir de 11 s (Figura 6b). Reverberaciones de ese tipo pueden deberse al suministro sostenido de energía atrapada en capas de baja velocidad. Por lo anterior, lo que aparentemente sucede es una superposición constructiva entre los múltiplos de profundidad y la señal armónica. Esta señal podría verse potenciada, para los eventos del grupo 2, por la incidencia crítica en una supuesta zona de baja velocidad (ZBV), dada una estructura tridimensional como se espera en un volcán. Por otro lado, a pesar de ser más simple, la función de receptor correspondiente a Sudamérica (grupo 1, Figura 6a) también presenta rasgos atípicos: dos fases negativas de gran amplitud a los 3.8 y 9.3 s después del arribo de la onda *P* directa. Dada una ZBV, dichas fases podrían explicarse como múltiplos generados en las interfases que la definen.

Con el fin de investigar hasta donde la presencia de una ZBV cerca de la superficie puede explicar los rasgos principales de las funciones de receptor observadas, se llevó a cabo una serie de pruebas sintéticas. Estas pruebas consistieron en lo siguiente. Se supuso un modelo simple de corteza compuesto de tres capas sobre un semiespacio. En él, la segunda capa (2 km de espesor) posee la velocidad de propagación más baja (ZBV). Sus contrastes de velocidad son de -0.8 y -0.6 km/s con respecto a las capas superior e inferior, respectivamente. El “Moho” se localizó a una profundidad de 40 km. A partir de dicho modelo se sintetizaron funciones de receptor variando la profundidad de la ZBV y manteniendo constante la del “Moho”. El ángulo de incidencia en la base de la estructura, 32°, coincide con el ángulo de incidencia de los eventos procedentes de Sudamérica.



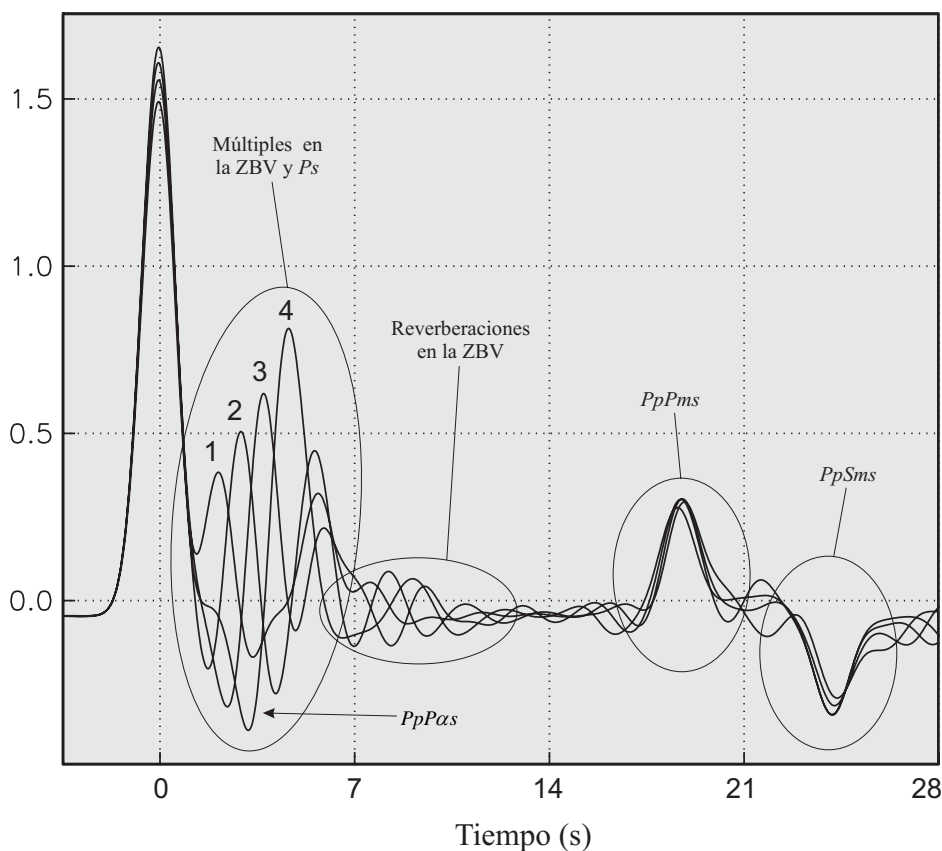
**Figura 6** Apilados de las funciones de receptor de **a)** Sudamérica, grupo 1; e **b)** Islas Fiji, grupo 2. Las bandas sombreadas en ambas figuras representan más/menos una desviación estándar. Las observaciones hechas se discuten en el texto (elipses).

Los resultados se muestran en la Figura 7 donde se indica, al pie de la misma, la profundidad de la ZBV que corresponde a cada curva. Las diferencias más notables entre las funciones aparecen en los primeros 12 segundos. Debido a que la profundidad del

“Moho” se mantuvo en 40 km, el tiempo de arribo de la conversión  $P_s$  no varió considerablemente. Las diferencias entre las funciones sintéticas se deben principalmente a las interferencias, tanto constructivas como destructivas, entre los múltiples y/o reverberaciones en las dos interfases que definen a la ZBV (la superior,  $\alpha$ , y la inferior,  $\beta$ ). Una prueba de ello es lo que ocurre con la fase  $PpP\alpha s$  correspondiente al múltiple de gran amplitud en la interfase superior  $\alpha$ , señalada en la Figura 7. Por ser  $\alpha$  un contraste negativo de velocidad (en dirección descendente), la polaridad de dicha fase se vuelve negativa al reflejarse hacia la superficie como onda tipo  $S$ . En la figura puede verse que su amplitud se ve fuertemente afectada, conforme la ZBV cambia de profundidad, por el arribo de otras fases también prominentes con polaridad positiva, como son la  $P_s$  ó la  $PpP\beta s$ . La interferencia entre dichas fases induce cambios drásticos en la forma de las funciones de receptor sintetizadas según sea la profundidad de la ZBV. Este comportamiento provee una restricción de la profundidad y de los contrastes acústicos que definen esta zona durante el proceso de inversión de los datos (Apéndice). Por la simplicidad del modelo seleccionado para las pruebas sintéticas, otros rasgos característicos de las observaciones previamente discutidos, como son múltiples posteriores y señales armónicas sostenidas (Figura 6b), no fueron resueltos. Sin embargo, cabe mencionar que una estructura estratificada cuya velocidad aumente con la profundidad es incapaz de generar fases negativas con las amplitudes presentes en las funciones observadas (Figuras 6a y 6b).

La inversión de las funciones de receptor se llevó a cabo empleando un algoritmo de optimación global de “Simulated Annealing” (Kirkpatrick et al., 1983). El procedimiento seguido en este trabajo es el mismo que fue empleado por Cruz-Atienza (2000) en la estación CUIG (Figura 1, Apéndice). Por su complejidad, los ajustes obtenidos en la inversión de la función de receptor de Fiji (grupo 2) no resultaron satisfactorios. Sin embargo, los resultados correspondientes al modelado del grupo 1 (Sudamérica) confirmaron la presencia de la ZBV aproximadamente a 8 km abajo del cráter del Popocatepetl con una relación de Poisson anómalamente alta ( $\nu = 0.295 \pm 0.013$ ). De la misma manera, dos gradientes de velocidad, uno superficial y otro entre 6 y 10 km de profundidad (Figuras 2b y 3a, Apéndice) fueron determinantes para lograr el ajuste final (Figura 2a, Apéndice). El modelo final de velocidades

corresponde a la estructura atravesada por los rayos durante su ascenso a la estación receptora. En consecuencia no proporciona información sobre la extensión lateral de los rasgos estructurales encontrados. Sin embargo, por tratarse de una estación localizada 5 km al norte del volcán (PPIG, Figura 1, Apéndice) y de telesismos que provienen del sur (grupo 1, Figura 5), la región volcánicamente activa es muestreada debajo del edificio volcánico. Entonces, es posible asociar tanto la ZBV, como el gradiente de velocidad más profundo, a la alteración térmica y estructural provocada por el sistema eruptivo. Por la misma razón, también es posible decir que el gradiente más superficial corresponde a los depósitos laterales generados durante las erupciones más recientes del Popocatépetl.



**Figura 7** Los números del 1 al 4 corresponden a las siguientes profundidades para la ZBV: 4, 6, 8 y 10 km.

La estructura final (Figura 2b, Apéndice) nos ofrece un panorama cortical de la región volcánicamente activa del Popocatépetl. En ella se puede apreciar que la mayor perturbación provocada por el sistema eruptivo se concentra en los primeros 13 km abajo

del cráter\*. El resto de la corteza permanece aparentemente sin alteración. Pero al comparar las velocidades de la corteza media y profunda con las de los modelos previamente determinados (Cruz-Atienza, 2000) con funciones de receptor de Sudamérica en Ciudad Universitaria (estación CUIG, Figura 1, Apéndice), resulta que en el volcán son un 8.0% en promedio más bajas, incluyendo la del manto superior. Este hecho podría deberse a una alteración producida por el vulcanismo emergente desde el manto, como ya se había insinuado anteriormente para el caso del Popocatepetl (Cruz-Atienza, 2000). Por otro lado, las profundidades de las discontinuidades del Moho (~45 *km*) y de Conrad (~17 *km*) están acordes con estimaciones previas para el centro y sur de México (Campillo et al., 1996; Cruz-Atienza, 2000; Iglesias et al., 2001).

Por último, en los primeros 13 *km* de profundidad se encuentra una región de “alta velocidad” por encima de la ZBV (Figura 3a, Apéndice). La presencia de dicha región, de aproximadamente 3 *km* de espesor, fue fundamental para lograr el ajuste final. Además, al igual que se ha observado en el volcán Vesubio (Lomas et al., 2000), en esta zona existe la mayor concentración de eventos vulcano-tectónicos (VT, Figura 3, Apéndice). Todo esto indica que se trata de una región competente en la que la concentración de esfuerzos provoca sistemáticamente fallamientos frágiles.

---

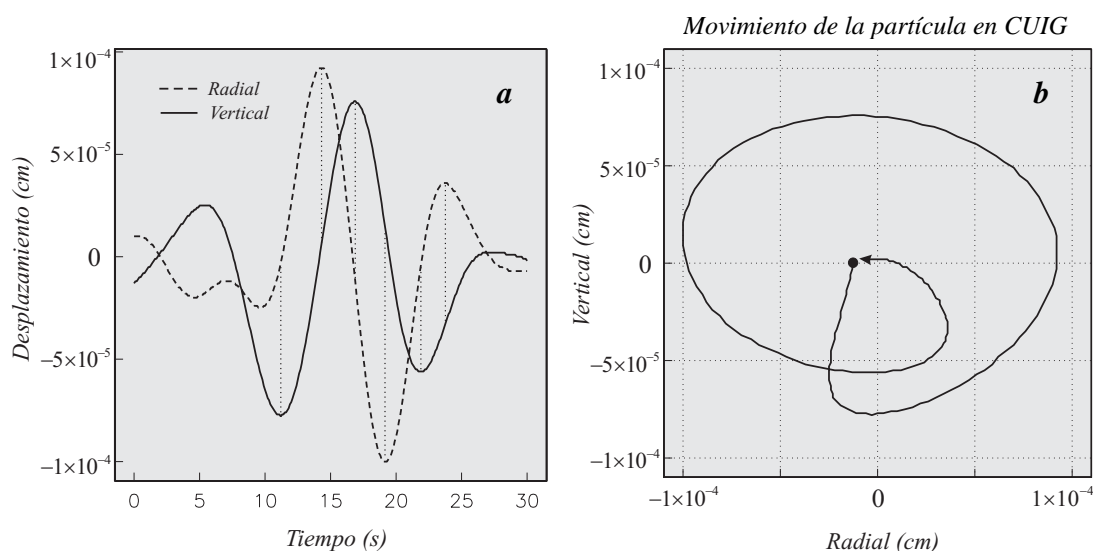
\* Es importante notar que la profundidad cero de la estructura mostrada en las figuras se encuentra al nivel de la estación PPIG, es decir, aproximadamente 2 *km* por abajo del cráter del volcán.

### **Fuente explosiva**

Kanamori y Given (1983) propusieron un modelo dinámico para la fuente explosiva volcánica que consiste en una fuerza puntual aplicada sobre el terreno. El origen de dicho modelo se remonta a principios del siglo XX, cuando Lamb (1904) planteó por primera vez el problema de conocer el campo de ondas excitado por una fuerza puntual aplicada sobre un semiespacio. Demostró que, después del arribo de las fases correspondientes a las ondas de cuerpo  $P$  y  $S$ , un pulso de gran amplitud con la velocidad de propagación de las ondas de Rayleigh arriba al detector. Por ello, este conjunto de ondas recibe el nombre de “Pulso de Lamb”. Diversas soluciones analíticas de este problema (problema de Lamb) fueron desarrolladas a lo largo del siglo pasado. Probablemente la más reciente se deba a Richards (1979). En el trabajo citado anteriormente, Kanamori y Given analizaron los sismogramas de la explosión del 13 de Junio (1980) del volcán Santa Helena y observaron que el registro del pulso dominante en la componente radial presenta un desfase de  $90^\circ$  con respecto al observado en la vertical (ver su Figura 1). Esto significa que el movimiento descrito por el terreno durante la propagación de dicho pulso corresponde al de una onda superficial de Rayleigh, a la que ellos denominaron, por sí sola, Pulso de Lamb. Empleando la solución analítica al problema de Lamb propuesta por Richards (1979), y suponiendo una función de fuente triangular, generaron sintéticos que explicaron por primera vez dichas observaciones. Desde entonces, este modelo dinámico para la fuente volcánica explosiva ha sido empleado con éxito en diversos volcanes (v.gr., Kanamori et al., 1984; Nishimura y Hamaguchi, 1993).

Una situación similar se encontró en los registros de banda ancha de las explosiones del Popocatepetl. En la Figura 8a se muestran los desplazamientos (radiales y verticales) producidos por una explosión ocurrida el 14 de Mayo de 1997 en el Popocatepetl. Estos registros fueron obtenidos integrando una vez las componentes de velocidad en la estación CUIG (Figura 1, Apéndice). La ventana de tiempo mostrada (30 s) corresponde a la parte del sismograma en la que se encuentra el pulso dominante en la banda de frecuencias de 0.033 a 0.1 Hz (10 a 30 s). En la figura se aprecia claramente un desfase de  $90^\circ$  entre ambas componentes. Graficadas dichas componentes, una contra la otra (Figura 8b), se evidencia que el movimiento de la partícula durante la

propagación de este pulso describe un elipsoide en sentido retrógrado con respecto a la dirección de propagación del frente de ondas (el eje horizontal se aleja de la estación hacia la derecha). Los registros de las otras explosiones presentan un comportamiento muy similar.



**Figura 8 a)** Desplazamientos registrados en la estación CUIG de una explosión ocurrida el día 14 de Mayo de 1997. **b)** Odograma del pulso de Rayleigh correspondiente a la ventana mostrada en la Figura 8a.

A partir de estas evidencias se concluye que el pulso de mayor amplitud excitado por la explosión del Popocatepetl en la banda de frecuencias mencionada corresponde a una onda superficial de Rayleigh. Por otro lado, los registros del volcán pudieron explicarse asumiendo una fuerza puntual aplicada al terreno como modelo de fuente (Figura 4, Apéndice). En consecuencia, la onda de Rayleigh excitada por las explosiones del Popocatepetl corresponde a un Pulso de Lamb, siguiendo la definición adoptada por Kanamori y Given (1983).

Con el fin de conocer la duración, profundidad, magnitud y dirección de las fuerzas aplicadas al terreno durante las explosiones del volcán Popocatepetl, se diseñó un esquema de inversión cuya formulación se explica en el Apéndice. En términos generales, lo que hace nuestro algoritmo es explorar tanto las profundidades como las duraciones de la fuente explosiva a través de un “grid search”. Para cada combinación de estos dos parámetros, el algoritmo realiza una inversión por mínimos cuadrados de las

tres componentes ( $F_x$ ,  $F_y$  y  $F_z$ ) de la fuerza puntual. Al final del proceso, la combinación de parámetros que hayan minimizado la norma L2 entre los sismogramas observados y los sintéticos es conservada por el programa, y es considerada como la solución del problema. Aquí es importante hacer una aclaración. Tal y como se mencionó al final de la introducción, nuestra definición de explosión es muy particular. Se refiere a un tipo específico de exhalación en el que ondas de periodo largo (entre 5 y 30 s) son excitadas. Para estos casos, la presente investigación demostró que un modelo de fuerza puntual aplicada al terreno es suficiente para explicar satisfactoriamente las observaciones. Nuestro análisis no es válido si el mecanismo explosivo del volcán Popocatépetl correspondiera a una fuente cilíndrica, isotrópica o a las componentes de un tensor de momentos (Sawada, 1998).

Para investigar la robustez del método de inversión expuesto en el párrafo anterior, antes de aplicarlo a los registros reales, a continuación se presentan los resultados de una serie de pruebas sintéticas.

Duración	Profundidad	$F_x$	$F_y$	$F_z$
6 s	0.8 Km	$25 \times 10^9 N$	$-5 \times 10^9 N$	$60 \times 10^9 N$

**Tabla 1** Modelo objetivo para las inversiones sintéticas.

Se seleccionó un modelo “objetivo” de fuente (Tabla 1) a partir del cual se sintetizaron sismogramas para ser utilizados como “observaciones” durante las diferentes pruebas de inversión sintéticas. Siguiendo el modelo de Kanamori y Given (1993), se adoptó una función de fuente triangular (ver Apéndice) de tal forma que el ancho de su base y su altura máxima corresponden, respectivamente, a la duración y valor pico de la fuerza aplicada. Las coordenadas polares de las tres estaciones utilizadas son las siguientes: STA1=(5 Km, 0°), STA2=(10 Km, 140°) y STA3=(50 Km, 250°). Para el caso de las estaciones cercanas, STA1 y STA2, los sismogramas fueron filtrados entre 0.033 y 0.2 Hz. Para la estación más lejana, STA3, entre 0.033 y 0.1Hz. Dichas bandas de frecuencia coinciden con las que fueron empleadas para invertir los registros reales del volcán (Apéndice). El grid search se parametrizó de tal forma que la duración de la fuente se exploró de 0.2 a 10 s, con un incremento de 0.2 s, mientras que la profundidad, de 0 a



3 Km con un incremento de 0.1 Km. Esto quiere decir que se llevaron a cabo un total de 1500 inversiones por mínimos cuadrados durante cada proceso de modelado.

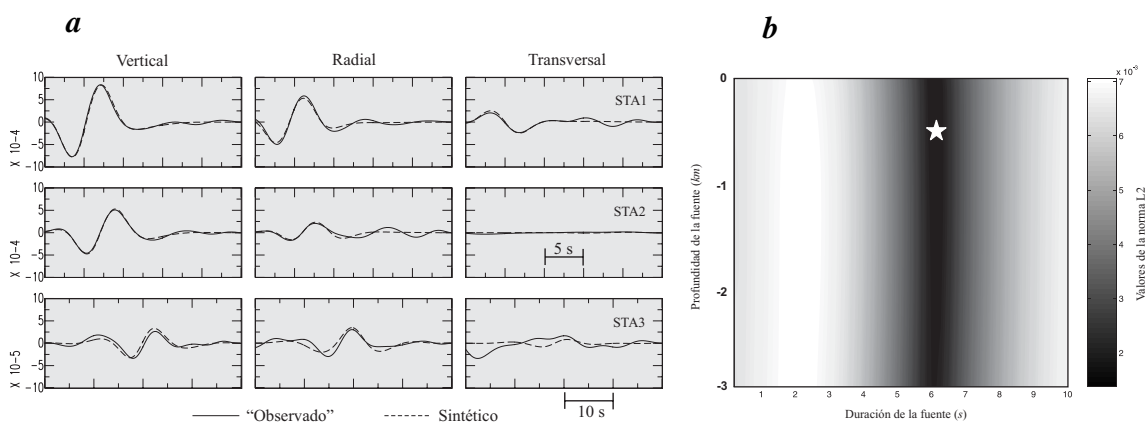
Las dos pruebas iniciales se realizaron sin agregar ruido a las “observaciones”. En la primera de éstas se invirtieron las tres componentes (en velocidad) de las tres estaciones. El algoritmo de inversión recobró la solución exacta al problema. Es decir que, bajo esta condición, los parámetros de fuente que definen al modelo objetivo (Tabla 1) fueron encontrados, y con ellos, un valor para la norma L2 de cero (Tabla 2). El mismo resultado se obtuvo invirtiendo solamente las componentes de la estación STA1 (Tabla 2).

	Duración	Profundidad	$F_x$	$F_y$	$F_z$	Estaciones	L2
Sin ruido	6 s	0.8 Km	$25 \times 10^9 N$	$-5 \times 10^9 N$	$60 \times 10^9 N$	1,2,3	0.0
	6 s	0.8 Km	$25 \times 10^9 N$	$-5 \times 10^9 N$	$60 \times 10^9 N$	1	0.0
Con ruido (x1)	6 s	0.8 Km	$24.4 \times 10^9 N$	$-5.2 \times 10^9 N$	$60.7 \times 10^9 N$	1,2,3	0.00072
	6 s	0.0 Km	$21.4 \times 10^9 N$	$-7.3 \times 10^9 N$	$63.2 \times 10^9 N$	1	0.00048
Con ruido (x2)	6.2 s	0.5 Km	$24.3 \times 10^9 N$	$-5.4 \times 10^9 N$	$64.2 \times 10^9 N$	1,2,3	0.0014
	6 s	0.0 Km	$19.8 \times 10^9 N$	$-8.7 \times 10^9 N$	$64.1 \times 10^9 N$	1	0.00097

**Tabla 2** Resultados de las inversiones sintéticas. El código para las estaciones es: 1=STA1, 2=STA2 y 3=STA3.

En la siguiente prueba se hicieron dos inversiones superponiendo ruido a las “observaciones”. El ruido usado fue extraído, en el caso de las estaciones STA1 y STA2, de un registro real observado en la estación PPIG (Figura 1, Apéndice). Para el caso de la estación STA3, se utilizó ruido registrado en un sismograma real de la estación YAIG (Figura 1, Apéndice). En la primera inversión se modelaron las tres estaciones simultáneamente. En la segunda, solamente las componentes de la estación STA1. Los resultados se presentan en la Tabla 2 y muestran que para el primer caso la inversión recobró la duración y profundidad correctas. Para el segundo, la profundidad de la fuente

resultó considerablemente menor al valor buscado al localizarse 800 m por encima de la correcta. Las magnitudes de las fuerzas encontradas se alejaron, del valor total de la del modelo objetivo, en 0.7% y 3.0% respectivamente para cada inversión.



**Figura 9 a)** Mejores ajustes logrados por la prueba sintética en la que se invirtieron las tres estaciones simultáneamente. En ella se agregó dos veces la ventana de ruido (Tabla 2). **b)** Contornos que muestran el valor de la norma L2 en todo el dominio explorado por el “grid search” durante la misma inversión. La estrella indica el mínimo de la función L2 correspondiente al mejor modelo.

Por último, se llevaron a cabo las últimas dos pruebas sintéticas. En ellas se superpuso el ruido multiplicado por dos a las “observaciones”. De la misma manera que en el ejercicio anterior, en la primera se invirtieron las tres estaciones simultáneamente, mientras que en la segunda, sólo la estación STA1. Los resultados (Tabla 2) muestran que la duración recobrada en el primer caso se alejó 0.2 s de la correcta, en contraste con la segunda que acertó con el valor esperado. Las profundidades en ambos casos se vieron afectadas por la presencia del ruido superpuesto. Mientras que la fuente fue localizada 300 m más superficial en la primer inversión, en la segunda, la diferencia fue nuevamente de 800 m, la misma que para el caso precedente en el que se invirtió sólo una estación. Los porcentajes de discrepancia con respecto a la magnitud de la fuerza objetivo fueron del 5.6% y 3.8% respectivamente. Es importante notar que el segundo valor porcentual, a pesar de ser menor que el primero, no implica una solución más cercana a la deseada. Esto puede constatarse si se comparan, componente a componente, las dos soluciones con el modelo exacto. Los mejores ajustes alcanzados, así como los valores para la norma L2 en todo el dominio explorado por el “grid search” correspondientes a la primera

inversión, se presentan en las Figuras 9a y 9b. En ella puede apreciarse cómo la amplitud del ruido montado en la estación STA3, es comparable, a esa distancia de la fuente (50 km), con la amplitud de la señal “observada”. Por otro lado, la Figura 9b evidencia una falta de resolución en la profundidad de la fuente. Esta situación se ve reflejada en los resultados de la Tabla 2, donde el parámetro más afectado por la presencia del ruido es precisamente la profundidad.

En contraste, la banda oscura vertical de la Figura 9b muestra que el método de inversión posee una resolución adecuada para la duración de la fuente. Por ello, en la Tabla 2 las duraciones recobradas por el algoritmo coincidieron en casi todos los casos con la esperada (6 s). Las inversiones efectuadas con los datos reales observados en el volcán (Figura 4, Apéndice) presentaron un comportamiento muy similar.

Los resultados de las pruebas sintéticas presentados en esta sección permiten concluir lo siguiente. La duración de la fuente ( $\tau$ ) y la magnitud de la fuerza aplicada ( $F$ ) son dos parámetros que fueron satisfactoriamente recobrados en todos los casos por el algoritmo de inversión. Aun bajo la condición más adversa, en la cual se invirtieron los sismogramas de una sola estación con el ruido extraído de un registro real multiplicado por dos, dichos parámetros resultaron ser muy cercanos a los del modelo objetivo. Es importante subrayar que la deducción de la escala de magnitud  $M_k$  presentada en el Apéndice, depende exclusivamente de la determinación de estos dos parámetros ( $\tau$  y  $F$ ), así como el impulso,  $K = \tau F/2$ , empleado para determinar la magnitud de las diez explosiones que fueron invertidas del Popocatépetl (Tabla 1, Apéndice).

La profundidad de la fuente se vio afectada en casi todos los casos en los que se añadió ruido. Sin embargo, en aquellos donde se invirtieron las tres estaciones simultáneamente (con ruido), las profundidades recobradas resultaron muy próximas a las deseadas. De la misma manera, en estos casos las componentes de las fuerzas se aproximaron más a la solución correcta. En conclusión, se puede decir que debido a la presencia del ruido en los registros observados, las soluciones arrojadas por los procesos de inversión resultarán siempre más cercanas a las reales en la medida en que se modelen más estaciones simultáneamente. Es decir que, a pesar de que la teoría indique que el problema inverso lineal implicado en la determinación de las componentes de las fuerzas esté completamente determinado, la solución al problema será más confiable mientras

más observaciones se tengan. Conclusión obvia. Un hecho más que demuestra lo anterior está contenido en los resultados de las dos primeras pruebas sintéticas donde no se incluyó ninguna clase de ruido. En ambos casos, independientemente de la cantidad de estaciones que fueron invertidas, las soluciones coincidieron con el modelo objetivo.

Es importante mencionar brevemente las implicaciones que tiene la determinación del tiempo de origen de las explosiones en los resultados de los procesos de inversión. Debido al carácter emergente de los registros explosivos, establecer el arribo de la primera onda de cuerpo al receptor no es tarea fácil. Sin embargo, empleando la estructura de velocidades obtenida a partir de las funciones de receptor en la estación PPIG (Figuras 2b y 3a, Apéndice), fue posible determinar un tiempo medio de recorrido para la onda  $P$  a la estación PPIG de  $\sim 2.3$  s. Este tiempo proviene de las localizaciones de las fuentes explosivas para las cuales los residuales fueron minimizados satisfactoriamente. A la hora de llevar a cabo las inversiones de cada una de las explosiones del volcán, el tiempo de origen tuvo que ser reajustado a partir de ensayos sucesivos hasta alcanzar ajustes satisfactorios. Una determinación incorrecta del tiempo de origen se ve reflejada principalmente en la duración de la fuente. Por ejemplo, si por error se establece el origen antes de lo debido, el algoritmo de inversión tenderá a ensanchar los pulsos sintetizados con el fin de ajustar mejor las observaciones. Este efecto depende linealmente de  $\tau$ , la duración de la fuente.

Para finalizar, a continuación se detalla el procedimiento seguido en la deducción de la escala de magnitud  $M_k$  en sus dos formas presentadas en el apartado “scaling law and magnitude” del Apéndice. Tanto en su forma universal (ecuación 2, Apéndice), como en su forma particularizada para la amplitud de las ondas en la estación PPIG (ecuación 3, Apéndice). De las Figuras 5a y 5b del Apéndice, se tiene que,

$$\log F = 2 \log \tau + C_1 \quad (1)$$

$$\log F = \log A + C_2 \quad (2)$$

donde  $C_1 = 9.24$  y  $C_2 = 14.07$ . Por otro lado, el impulso correspondiente a una función de fuente triangular está dado como  $K = F\tau/2$ . Por lo que, haciendo uso de las ecuaciones 1 y 2:

$$\log K = (3/2) \log A + [(3/2)C_2 - (1/2)C_1 - \log 2] \quad (3)$$

Sustituyendo  $C_1$  y  $C_2$  en la ecuación 3 se tiene que

$$\log K = (3/2)\log A + C_3 \quad (4)$$

donde  $C_3 = 16.18$ . Por otro lado, la magnitud de una explosión para un sitio cualquiera puede definirse como,

$$M = \log A + C \quad (5)$$

donde  $C$  depende de la distancia, de la atenuación del medio y del efecto de sitio. Despejando  $\log A$  de la ecuación 4, y sustituyendo en la ecuación 5, se tiene

$$M = (2/3)\log K + C_4 \quad (6)$$

donde  $C_4 = C - (2/3)C_3 = C - 10.79$  es una constante que sólo depende del impulso ( $K$ ) y de su correspondiente magnitud ( $M$ ) para una explosión dada. Tomando en cuenta las consideraciones hechas en la sección “scaling law and magnitude” del Apéndice,  $M = 4.6$  y  $K = 9.2 \times 10^{13} \text{ N}\cdot\text{s}$  para la fase inicial de la erupción del 18 de Mayo de 1980 del volcán Santa Helena. Insertados estos valores en la ecuación 6, quedan definidas tanto la constante  $C_4 = -4.71$ , como la constante  $C = 6.08$ . Sustituyendo estos dos valores en las ecuaciones 5 y 6 se tienen las dos escalas de magnitud equivalentes, denominadas  $M_k$  por su dependencia del impulso ( $K$ ):

$$M_k = (2/3)\log K - 4.71 \quad (7)$$

$$M_k = \log A + 6.08 \quad (8)$$

La ecuación 7 es de carácter universal por lo que puede utilizarse en cualquier volcán. La ecuación 8 no, es válida solamente para la amplitud de las ondas registradas en PPIG en la banda de frecuencias entre 0.033 y 0.1 Hz (10 y 30 s) dado que su ordenada al origen, 6.08, depende de  $C_2$ . Por último cabe mencionar que las escalas de magnitud  $M_k$  (ecuaciones 7 y 8) son válidas únicamente para explosiones volcánicas cuyo mecanismo de fuente corresponda al de una fuerza puntual aplicada al terreno.

## **Discusión y conclusiones**

Las dos funciones receptor observadas en la estación PPIG (Figuras 6a y 6b) presentan características comunes entre sí. La más importante es el arribo de fases negativas de gran amplitud en los primeros segundos. Dichas fases fueron explicadas con un modelo de velocidades que contiene: una zona de baja velocidad (ZBV) aproximadamente a 8 *km* abajo del cráter del volcán Popocatepetl, una relación de Poisson elevada en la ZBV ( $\nu = 0.295 \pm 0.013$ ), y dos gradientes de velocidad, uno superficial (0-3 *km*) y otro en la base de la ZBV (6-10 *km*). Funciones de receptor sintéticas mostraron ser muy sensibles a la profundidad de la ZBV. Esto permitió restringir dicha profundidad durante el proceso de modelado de la estructura (Apéndice).

La ZBV, su relación de Poisson elevada, un factor de calidad deficiente ( $Q_s=60$ , Shapiro et al., 2000) debajo del volcán, y la alta actividad vulcano-tectónica a partir de Diciembre de 1994 (Valdés-González, et al., 2001), sugieren la presencia de rocas fracturadas y parcialmente fundidas. Todo esto, junto con todos los procesos asociados a la formación de un estrato volcán como el Popocatepetl, implica una gran heterogeneidad geológica en el medio que circunda al aparato volcánico. Las diferencias observadas entre las dos funciones de receptor pueden deberse a cambios abruptos en la estructura de velocidades en cortas distancias. Inclusive, pueden verse acentuadas por la presencia de interfases inclinadas cerca de la superficie que afecten de maneras diferentes a los frentes de onda según sea acimut con el que arriben al receptor. Sin embargo, el modelo final de corteza (Figura 2b, Apéndice) muestra cómo en los primeros 13 *km* de profundidad se encuentra la mayor perturbación cortical provocada por la actividad del volcán. De la misma manera, se pudo determinar que la concentración más grande de sismos vulcano-tectónicos (VT) se encuentra por encima de la ZBV, observación similar a la del volcán Vesubio (Lomax et al., 2000). Por otro lado, las velocidades de la corteza profunda y del manto superior son un 8% menores abajo del Popocatepetl que en Ciudad Universitaria (Cruz-Atienza, 2000), en contraste con las profundidades de las discontinuidades del Moho (~45 *km*) y de Conrad (~17 *km*) que guardan gran similitud con las de los modelos recientemente obtenidos para las zonas centro y sur de México (Cruz-Atienza, 2000; Iglesias et al., 2001).

Se demostró que las explosiones del volcán Popocatépetl ocurridas a partir de Abril de 1997 pueden modelarse como fuerzas puntuales aplicadas al terreno. Sus magnitudes van de  $1.17 \times 10^{10} \text{ N}$  a  $1.35 \times 10^{11} \text{ N}$ . En todos los casos, la resultante de las componentes horizontales de dichas fuerzas apunta hacia el flanco este del volcán (Tabla 1, Apéndice). En promedio, representan el  $37 \pm 15\%$  de las componentes verticales. Esta contribución tan significativa se ve reflejada en la componente transversal de los sismogramas. Por un lado, por un marcado patrón de radiación, y por el otro por las grandes amplitudes ahí registradas (Figura 4, Apéndice). Las duraciones de las explosiones variaron entre 3.0 y 9.6 s. A pesar de ser la profundidad de la fuente el parámetro invertido con mayor incertidumbre, todos los hipocentros se localizaron por encima de los 900 m. Esto nos deja ver que los eventos explosivos del volcán Popocatépetl son superficiales.

Nuestros resultados muestran que la magnitud de las fuerzas ( $F$ ) escala con la duración ( $\tau$ ) de las explosiones como  $F \propto \tau^2$  (Figura 5a, Apéndice), tal y como debería de ser según las consideraciones teóricas hechas por Nishimura y Hamaguchi (1993). De la misma manera, satisfaciendo predicciones hechas por la teoría de la elasticidad (Aki y Richard, 1980),  $F$  escala linealmente con la amplitud de las ondas sísmicas ( $A$ ). Es decir,  $F \propto A$  (Figura 5b, Apéndice). A partir de las relaciones de proporcionalidad mencionadas, y del impulso, que es igual a  $K = F\tau/2$  debido a que la función de fuente considerada es triangular, se derivaron dos escalas de magnitud,  $M_k$ , equivalentes. Ambas escalas están referidas a la fase inicial (primeros 110 s) de la erupción del 18 de Mayo de 1980 del volcán Santa Elena, cuya magnitud se estimó en 4.6 grados. La primera de ellas, que depende de  $K$  (ecuación 2, Apéndice), tiene una validez universal. La segunda (ecuación 3, Apéndice) es válida sólo en la estación PPIG (Figura 1, Apéndice) ya que depende de la amplitud ( $A$ ) de las ondas en ese punto. Esta última permitirá calcular la magnitud  $M_k$  de una explosión del Popocatépetl pocos minutos después de haber ocurrido, ya que dicha estación es permanente y de transmisión telemétrica.

Dado que  $F \propto \tau^2$ ,  $F \propto A$  y  $K = F\tau/2$ , la relación entre la amplitud de las ondas y el impulso está dada por:  $A \propto K^{2/3}$ . Como ya se dijo, las relaciones implicadas en este razonamiento provienen directamente de nuestros resultados que, en todos los casos, corroboraron expectativas teóricas. El coeficiente  $2/3$  de la escala de magnitud  $M_k$  en su forma expresada por la ecuación 2 (Apéndice), proviene del exponente de la relación

entre  $A$  y  $K$ . La ecuación 2 nos dice que  $M_k \propto 2/3 \log K$ . Si se compara esta proporción, con la escala de magnitud de momento sísmico,  $M_w$ , propuesta por Kanamori (1977), donde  $M_w \propto 2/3 \log M_0$ , resultan ser análogas. Esto quiere decir que,  $M_k$  depende de manera similar del impulso,  $K$ , que  $M_w$  del momento sísmico,  $M_0$ .

Al igual que sucede con la escala  $M_w$ , la escala  $M_k$  propuesta en este trabajo no se saturará para el caso de eventos de gran magnitud. Esto se debe a que el parámetro de la fuente del cual depende ( $K$ ) no está determinado ni por el comportamiento del espectro de la señal, ni por las frecuencias excitadas durante los eventos explosivos.

Entre las explosiones que se tienen registradas del volcán Popocatepetl, la más grande fue la primera ( $M_k = 3.2$ ), ocurrida el 29 de Abril de 1997. El impulso,  $K = mv_o$  (donde  $m$  es la masa y  $v_o$  es la velocidad de la eyecta), de esta explosión ( $6.4 \times 10^{11} N \cdot s$ ) fue 220 veces más pequeño que el valor de  $1.4 \times 10^{14} N \cdot s$  calculado a partir de los primeros 200 s de la función de fuente para la erupción del 18 de Mayo (1980) del volcán Santa Elena reportada por Kanamori et al. (1984). Asumiendo que  $v_o = 150 m/s$  para el Popocatepetl (Hugo Delgado, comunicación personal, 2001), entonces una masa de  $4.3 \times 10^9 kg$  fue expulsada durante los 9.6 s que duró su explosión más grande. En contraste, la tasa de descarga de masa durante los primeros 2 minutos de la erupción del 18 de Mayo del Santa Elena fue de  $2-6 \times 10^{11} kg/s$  (Brodsky et al., 1999). Considerando que la primer secuencia de subeventos explosivos ocurrió durante los primeros 110 s de la erupción (Kanamori et al., 1984), la cantidad total de masa correspondiente a esta fase inicial es de  $2.2-6.6 \times 10^{11} kg$ . Esto querría decir que entre 50 y 150 veces más masa fue eyectada durante dicha fase, que durante la explosión del 29 de Abril de 1997 del volcán Popocatepetl.



**Bibliografía**

- Aki, K. y P. Richards, *Quantitative Seismology: Theory and Methods*. W.H. Freeman and Company, New York, USA, 1980.
- Ammon, C.J., The isolation of receiver effects from teleseismic P waveforms, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 81, 2504-2510, 1991.
- Arciniega-Ceballos, A., B.A. Chouet, y P. Dawson, Very long-period signals associated with vulcanian explosions at Popocatepetl Volcano, Mexico, *Geophys. Res. Lett.*, 26, 3013-3016, 1999.
- Brodsky, E.E., H. Kanamori y B. Sturtevant, A seismically constrained mass discharge rate for the initiation of the May 18, 1980 Mount St. Helens, *J. Geophys. Res.*, 104, 29387-29400, 1999.
- Bulletin of the Global Volcanism Network*, V. 19, nos. 1, 2, 6, 8, 10 y 11, 1994.
- Bump, H.A., y A.F. Sheehan, Crustal thickness variations across the northern Tien Shan from teleseismic receiver functions, *Geophys. Res. Lett.*, 25, 1055-1058, 1998.
- Campillo, M., S.K. Singh, N. Shapiro, J. Pacheco y R.B. Herrmann. Crustal structure south of Mexican Volcanic Belt, based on group velocity dispersion. *Geofísica Internacional*, 35, 361-370, 1996.
- Chouet B.A., Long-period volcano seismicity: its source and use in eruption forecasting, *Nature*, 380, 309-316, 1996.
- Cruz-Atienza, V.M., *Inversión global con algoritmos genéticos y cristalización simulada, aplicada a funciones de receptor: modelos estructurales de velocidades para la corteza en la República Mexicana*, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM, México D.F., 2000.
- Cruz-Reyna, S., Poisson-distributed patterns of explosive eruptive activity, *Bull. Volcanol.*, 54, 57-67, 1991.
- Escher, B.G., On the classification of central eruptions according to gas pressure of the magma and viscosity of the lava, *Leidse Geol. Meded.*, 6, 45-50, 1933.
- Gorshkov, G.S., Determination of the explosion energy in some volcanoes according to barograms, *Bull. Volcanol.*, 23, 141-144, 1960.

- Haslinger, F., C. Thurber, M. Mandernach y P. Okubo. Tomographic image of P-velocity structure beneath Kilauea's East Rift Zone and South Flank: seismic evidence for a deep magma body. *Geophys. Res. Lett.*, 28, 375-378, 2001.
- Hédervári, P., On the energy and magnitude of volcanic eruptions, *Bull. Volcanol.*, 25, 373-385, 1963.
- Iglesias A., V.M. Cruz-Atienza, N.M Shapiro, S.K. Singh & J.F. Pacheco. Crustal structure of south-central Mexico estimated from the inversion of surface waves dispersion curves using genetic and simulated annealing algorithms. *Geofísica Internacional*, 41, 2001. (en prensa).
- Kanamori, H. y J.W. Given, Analysis of long-period seismic waves excited by the May 18, 1980, eruption of Mount St. Helens – a terrestrial monopole, *J. Geophys. Res.*, 87, 5422-5432, 1982.
- Kanamori, H. y J.W. Given, Lamb pulse in nature, *Geophys. Res. Lett.*, 10, 373-376, 1983.
- Kanamori, H., J.W. Given y T. Lay, Analysis of seismic body waves excited by the Mount St. Helens eruption of May 18, 1980, *J. Geophys. Res.*, 89, 1856-1866, 1984.
- Kanamori, H., The energy release in great earthquakes, *J. Geophys. Res.*, 82, 2981-2987, 1977.
- Kaneshima, S., H. Kawakatsu, H. Matsubayashi, Y. Sudo, T. Tsutsui, T. Ohminato, H. Ito, K. Huirá, H. Yamasato, J. Oikawa, M. Takeo y T. Lidaka. Mechanism of phreatic eruptions at Aso volcano inferred from near-field broadband seismic observations. *Science*, 273, 642-645, 1996.
- Kirkpatrick, S., C.D. Gelatt, and M.P. Vecchi, Optimization by simulated annealing, *Science*, 220, 671-680, 1983.
- Lamb, H., On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid, *Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A*, 203, 1-42, 1904.
- Langston, C.A., Structure under Mount Rainier, Washington, inferred from teleseismic body waves, *J. Geophys. Res.*, 84, 4749-4762, 1979.
- Li X., S.V. Sobolev, R. Kind, X. Yuan, y Ch. Estabrook. A detailed receiver function image of the upper mantle discontinuities in Japan subduction zone. *Earth and Planetary Science Lett.*, 183, 527-541, 2000.

- Ligorria, J.P. y C.J. Ammon, Iterative deconvolution and receiver-function estimation, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 89, 1395-1400, 1999.
- Lomax, A., J. Virieux, R. Montelli, A. Zollo, and P. Capuano, A study of earthquake locations under Somma-Vesuvius volcano using different 3D models, *Eos Transactions, AGU*, 81, F902, 2000.
- McNutt, S.R. Volcanic tremor amplitude correlated with eruption explosivity and its potential use in determining ash hazards to aviation. *Bull. U.S. Geol. Surv.*, 2047, 377-385, 1994.
- Newhall, C.G. y S. Self, The Volcanic Explosivity Index (VEI): an estimate of explosive magnitude for historical volcanism, *J. Geophys. Res.*, 87, 1231-1238, 1982.
- Nishimura, T. y H. Hamaguchi, Scaling law of volcanic explosion earthquakes, *Geophys. Res. Lett.*, 20, 2479-2482, 1993.
- Ohminato T., B.A. Chouet, P. Dawson y S. Kedar. Waveform inversion of very long period impulsive signals associated with magmatic injection beneath Kilauea, Hawaii. *J. Geophys. Res.*, 103, 23839-23862, 1998.
- Ponko, S.C. and C.O. Sanders, Inversion for P and S wave attenuation structure, Long Valley caldera, California, *J. Geophys. Res.*, 99, 2619-2635, 1994.
- Pyle, D.M., Size of volcanic eruptions, *Encyclopedia of Volcanoes*, edit. H. Sigurdsson, 263-269, Academic Press, San Diego, California, USA, 2000.
- Richards, P.G., Elementary solutions to Lamb's problem for a point source and their relevance to three-dimensional studies of spontaneous crack propagation, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 69, 947-956, 1979.
- Rowe, C.A., R.C. Aster, P.R. Kyle, J.W. Schlue y R.R. Dibble. Broadband recording of Stroboliian explosions and associated very-long-period seismic signals on Mount Erebus volcano, Ross Island, Antarctica. *Geophys. Res. Lett.*, 25, 2297-2300, 1998.
- Sanders C.O., S.C. Ponko, L.D. Nixon y E.A. Schwartz. Seismological evidence for magmatic and hydrothermal structure in Long Valle caldera from local earthquake attenuation and velocity tomography. *J. Geophys. Res.*, 100, 8311-8326, 1995.
- Sanders, W.T., J. Parsons y R.S. Santley, *The basin of Mexico. Ecological processes in the evolution of a civilization*, New York, Academic Press, p. 561, 1979.

- Sawada, M. The source mechanism of B-type and explosion earthquakes and origin of N-type earthquakes observed at Asama volcano, central Japan. *Bull. Earthquake Res. Institute, University of Tokyo*, 73, 155-265, 1998.
- Shapiro, N.M., S.K. Singh, A. Iglesias-Mendoza, V.M. Cruz-Atienza, y J.F. Pacheco, Evidence of low Q below Popocatepetl volcano, and its implication to seismic hazard in Mexico City, *Geophys. Res. Lett.*, 27, 2753-2756, 2000.
- Shibutani, T., M. Sambridge y B. Kennett, Genetic algorithm inversion for receiver functions with application to crust and uppermost mantle structure beneath Eastern Australia, *Geophys. Res. Lett.*, 23, 1829-1832, 1996.
- Siebe, C., M. Abrams, J.L. Macías y J. Obenholzner, Repeated volcanic disasters in Prehispanic time at Popocatépetl, central Mexico: Past key to the future?, *Geology*, 24, 399-402, 1996.
- Tzuya, H., Geological and petrological studies of volcano Fuji, 5, *Tokyo Daigaku Jishin Kenkyusho Iho*, 33, 341-382, 1955.
- Valdés-González, C., G. González-Pomposo, y A. Martínez Bringas, Seismic behavior of the Popocateptl volcano, Mexico, from December 21, 1994, to August, 1999, 2001 (en preparación).
- Walker, G.P.L., The Taupo pumice: product of the most powerful known (Ultraplinian) eruption?, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 8, 69-94, 1980.
- Yokoyama, I., Energetics in active volcanoes, 1, *Tokyo Daigaku Jishin Kenkyusho Iho*, 34, 185-195, 1956.
- Yokoyama, I., Energetics in active volcanoes, 2-3, *Tokyo Daigaku Jishin Kenkyusho Iho*, 35, 75-107, 1957.
- Yuan, X., S.V. Sobolev, R. Kind, O. Oncken, G. Bock, G. Asch, B. Schurr, F. Graeber, A. Rudloff, W. Hanka, K. Wylegalla, R. Tibi, Ch. Haberland, A. Rietbrock, P. Giese, P. Wigger, P. Rower, G. Zandt, S. Beck, T. Wallace, M. Pardo y D. Comte. Subduction and collision proceses in the Central Andes constrained by converted seismic phases. *Nature*, 408, 958-961, 2000.
- Zhang, J., y C.A. Langston, Dipping structure under Dourbes, Belbium, detected by receiver function modeling and inversion, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 85, 254-268, 1995.

## **Agradecimientos**

Agradezco el apoyo incondicional de mis asesores Javier Pacheco Alvarado y Shri Krishna Singh a lo largo de toda mi formación en el departamento de Sismología del Instituto de Geofísica de la UNAM. De la misma manera, por sus valiosas aportaciones, al resto de los coautores del artículo desprendido de esta investigación: Nicolai Shapiro, Carlos Valdés y Arturo Iglesias. Por otro lado, a Hiro Kanamori, Emily Brodsky, Jean Virieux, Juan Manuel Espíndola, Yuri Taran y Hugo Delgado por las valiosas discusiones que sostuvimos. Finalmente, a Araceli Chamán, Arturo Ferrer, Mónica Salgado y Oscar Campos por su gran apoyo en todo lo demás.

Dejaría a un lado lo más importante, si no aprovechara este espacio para decirle a mis padres y a mi hermano que, si no fuera por su inmensurable e incondicional apoyo en TODOS los momentos, por difíciles que hayan sido, yo no hubiera podido hacer absolutamente nada de todo lo que he hecho en mi vida. No sé más qué decir, no tengo palabras de gratitud aunque sepa lo innecesarias que son, para expresar la felicidad y tranquilidad que esto me da.

## Apéndice

### Size of Popocatepetl volcano explosions (1997-2001) from waveform inversion

(Paper submitted to GRL, March 2001)

*Cruz-Atienza V.M.<sup>1</sup>, J.F. Pacheco<sup>1</sup>, S.K. Singh<sup>1</sup>,  
N.M. Shapiro<sup>2</sup>, C. Valdés<sup>1,3</sup>, & A. Iglesias-Mendoza<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Instituto de Geofísica, UNAM, C.U., 04510, México D.F., México.

<sup>2</sup> University of Colorado at Boulder, C.B. 390, Boulder, Colorado, USA.

<sup>3</sup> Cenapred, Av. Delfín Madrigal, 665, Sto. Domingo, C.U., México D.F., México.

#### Abstract

Several volcanic explosions have been recorded since April 1997 at broadband seismic stations located around the Popocatepetl volcano, Mexico. We have inverted waveforms of ten of these explosions to estimate the following source parameters: depth, duration, magnitude and direction of the single force,  $F$ . The crustal structure used in generating Green's function at nearest stations is derived from the inversion of teleseismic receiver functions at a station, PPIG, located 5 km north of the volcano. This inversion reveals a low velocity zone at  $\sim 8$  km beneath the summit with high Poisson ratio, possibly related to the magma chamber. We find that  $F$  scales with  $\tau$ , the duration of triangular source-time function, as  $F \propto \tau^2$ . Based on this relationship we determine an impulse magnitude scale,  $M_k$ . This magnitude is tied to the Mount Saint Helens initial explosive phase of May 18, 1980, whose magnitude is estimated as 4.6. Finally, based on  $F \propto \tau^2$  scaling, we also propose an equivalent formula for rapid estimation of magnitude of future Popocatepetl explosions, which requires filtered amplitudes at the permanent broadband station of PPIG.  $M_k$  of the Popocatepetl explosions to date ranges between 1.8 and 3.2.

#### Introduction

Popocatepetl is one of the most active volcanoes of Mexico. It poses significant hazard to population centers in its neighborhood. In fact, there are several million people who live within 60 km of its summit. Since 1993, the volcano has shown renewed activity, presenting an increase in seismic activity followed by large fumarolic and ash emissions. In April 1997, an explosive phase started destroying the lava dome, which had previously

formed at the bottom of the crater. Since then the dome emplacement-destruction process has repeated itself several times (Arciniega-Ceballos et al., 1999).

It is clearly very important to know the source parameters of the explosions, especially their sizes, and their possible relationship with precursory activities, both for civil protection purposes and for understanding the physics of volcanic processes. Towards this goal, we estimate source parameters of ten explosions that were recorded by broadband seismographs located around the volcano (Figure 1), assuming a single force model (Kanamori and Given, 1983). We then propose a magnitude scale,  $M_k$ , based on impulse,  $K$ .  $M_k$  is tied to the magnitude of the initial phase of the Mount Saint Helens explosion of May 18, 1980 which is based on the Volcanic Explosivity Index (VEI) (Pyle, 2000) and which we estimate as 4.6. We finally derive an equivalent relation, which will permit a quick estimation of the magnitude of future Popocatepetl explosions from filtered wave-amplitude at a neighboring permanent station.

### **Crustal structure**

To determine the source parameters of the explosions at the nearest stations (PPIG, SXPP, PPC and SPP; Figure 1), we determined the crustal structure below the volcano applying a simulated annealing optimization algorithm (Kirkpatrick et al., 1983) to invert receiver functions (Langston, 1979). Four teleseismic events from South America, recorded at the broadband station of PPIG located 5 km north of the volcano summit (Figure 1), were used in the analysis. Receiver functions were obtained from a time-domain deconvolution (Ligorria and Ammon, 1999) of the vertical P wave component from the corresponding radial component, using a high-frequency cut-off at 0.5 Hz. Very strong negative phases were found around 4 and 9 s after the first arrival (see Figure 2a). Synthetic tests led us to include a shallow low-velocity zone (LVZ) to reproduce these features. The synthetic receiver functions showed extremely sensitive constructive and destructive interference patterns, which depended mostly on the thickness of the superficial layers. This behavior of the waveform provides a good constrain on the depth of the top of the LVZ.

The observed receiver functions were stacked to reduce noise (Figure 2a). This procedure also allowed us to obtain a standard deviation band around the average of the stacked

functions (Figure 2a) and, hence, an estimation of the uncertainty in the data. This error band was used in the simulated annealing inversion algorithm to select those models whose solutions (Figure 2b) lie as much as possible within the data uncertainty (Cruz-Atienza et al., 2001). The inversion was performed for thickness and wave velocity at each layer, and the Poisson ratio,  $\nu$ , of the LVZ.  $\nu$  for the other layers was fixed to 0.27 following previous estimations by Cruz-Atienza et al. (2001).

The initial model was taken as the one obtained by Cruz-Atienza et al. (2001) for station CUIG (60 km to the northwest of the volcano). The global inversion at PPIG station yields the expected LVZ, as well as two velocity gradients, well constrained, at the top of the structure and between 6 and 10 km (see Figures 2b and 3a). The depth of the LVZ, around 6 km below the station ( $\sim 8$  km from the volcano summit), is similar to estimations of magma chamber at Long Valley Caldera (Ponko and Sanders, 1994). Furthermore, a high Poisson ratio obtained for the LVZ ( $\nu = 0.295 \pm 0.013$ ) and the average low  $Q_s$  value ( $\sim 60$ ) beneath the Popocatepetl volcano (Shapiro et al., 2000), suggest the presence of high temperatures and partially melted rocks. The depth distribution of 474 VT best located events by Valdés-González et al. (2001) shows a large concentration of events above the LVZ (Figure 3). This result may be a consequence of a systematic bias since the crustal model used by Valdés-González et al. differs from the one determined here and, thus, needs validation. We note, however, that a similar result is reported for the Vesuvius by Lomax et al. (2000).

The crustal structures used in the next section to compute Green's functions for the farther stations (CUIG, YAIG and PLIG), were based on the previous teleseismic receiver function analysis (Cruz-Atienza et al., 2001) at CUIG (Figure 1).

### **Source parameters of the explosions**

Four permanent seismic broadband stations of the National Seismological Service (PPIG, YAIG, CUIG and PLIG; Figure 1) and three portable seismographs (SXPP, PPC, SPP; Figure 1) recorded Popocatepetl explosions. Permanent stations are equipped with a STS-2 broadband seismometer connected to a 24-bit Quanterra digitizer, while portable seismographs consisted of a Guralp CMG-40T seismometer connected to a 24-bit Reftek digitizer.



Several works have demonstrated that volcanic explosive sources in the far field can be interpreted as a single force applied to the ground (Kanamori and Given, 1982, 1983; Nishimura and Hamaguchi, 1993) with a much smaller (10%) isotropic component due to a sudden volume change of the magma reservoir (Kanamori et al., 1984). We neglect the isotropic contribution and assume a triangular source-time function for the force. Because of the linear relationship between the three components of the force and the associated three components of the ground motion, the amplitude of the force components ( $F_x, F_y, F_z$ ) are uniquely determined. Thus, it is possible to formulate a linear over-determined least-square general inversion to obtain the best three-force components, provided that, the depth and source duration are known. Source depth and duration for the least-squares inversion are supplied by a grid search. The best solution is given by those values that minimize the difference between observed and synthetic seismograms in a least-squares sense. Thus, our inversion scheme, which combines a grid search with linear inversion, provides magnitude, direction, depth, and duration of the applied force. The algorithm uses the discrete wave-number integration method of Bouchon (1979), given in Herrmann (1996), to compute the complete wave-field due to an arbitrarily oriented single-force located along the volcano conduit.

The data set consist of 27 explosions. The ten explosions for which the origin time could be determined unambiguously were inverted to obtain source parameters. Table 1 provides a list of the explosions. In this table, the asterisks indicate the explosions whose source parameters were obtained from waveform inversion. Prior to the inversion, the seismograms were rotated into radial and transverse components, and re-sampled at 10 Hz. Near-source seismograms (from PPIG, PPC, SPP and SXPP) were bandpass-filtered between 5 to 30 s, while seismograms recorded by farther stations (YAIG, CUIG and PLIG) were filtered between 10 and 30 s. Figure 4 shows the result of the inversion of an explosion that occurred on May 14, 1997 (03:31:47). The left hand side of the figure indicates the L2-norm misfit values between observed and synthetic data for the entire grid search domain. Although a minimum occurs at 400 m and 6.0 s, it is clear that resolution of the source duration is higher than of the source depth. The optimal three components of the source are listed in Table 1. The right hand side of Figure 4 compares observed and synthetic seismograms. A large pulse  $\sim 5$  s after the first arrival can be

noticed at the closest station (small arrow in Figure 4). This signal corresponds to the air shock wave. For most events, transverse component seismograms show large amplitudes, implying that horizontal component of the forces is as significant as the vertical one. Amplitude variations in the transverse seismograms clearly define a radiation pattern (Figure 4). While stations located toward the southwest (YAIG and PLIG) do not show any signal on the transverse component, those which lie towards the north-northwest (PPIG and CUIG) show a large amplitude arrival, comparable in amplitudes to the radial and the vertical components.

### Scaling law and magnitude

Force,  $F$ , plotted as a function of source duration,  $\tau$ , in Figure 5a, clearly shows a  $F \propto \tau^2$  scaling. A regression leads to the following relation:  $\log F = 2.0 \log \tau + (9.24 \pm 0.1)$ . The  $F \propto \tau^2$  scaling is in agreement with theoretical expectations and observations at other volcanoes (Nishimura and Hamaguchi, 1993). On the other hand, from linear theory of elasticity, we expect  $F \propto A$  (Aki and Richards, 1980), where  $A$  is the wave amplitude. As can be seen in Figure 5b, this indeed is the case. In this figure,  $A = \sqrt{A_N^2 + A_E^2 + A_Z^2}$  (where  $A_N$ ,  $A_E$  and  $A_Z$  are the peak amplitudes on  $N$ ,  $E$ ,  $Z$  components, respectively) is determined from the bandpass-filtered seismograms (10 to 30 s) recorded at PPIG. The relationship is:  $\log F = \log A + (14.07 \pm 0.08)$ , where  $A$  is in cm/s and  $F$  is in N. The magnitude of an explosion may be defined by:

$$M = \log A + C \quad (1)$$

where  $C$  depends on distance, attenuation, and site effects. For a volcanic explosion whose source-time function can be approximated by a triangle, the impulse,  $K$ , is given by:  $K = \tau F / 2$ . Since  $\tau \propto F^{1/2}$  and  $F \propto A$ , it follows that  $K \propto A^{3/2}$ . Thus, equation 1 can be rewritten as  $M = (2/3) \log K + C_1$ , where  $C_1$  is now a constant. We determine  $C_1$  from the following considerations. The impulse of the first four subevents of the May 18, Mount St. Helens explosion, determined from the results of Kanamori et al. (1984), is  $9.2 \times 10^{13}$  N·s. On the other hand, using the magnitude relationship,  $M = \log(\text{mass}) - 7.0$ , equivalent to the VEI (Pyle, 2000), for a mass discharge rate of  $4.0 \times 10^9$  kg/s during the

first 110 s of St. Helens explosion (mean value of 2 to 6 x 10<sup>9</sup> kg/s given by Brodsky et al., 1999), we get  $M = 4.6$ . This estimation has an uncertainty of  $\pm 0.2$ . To estimate the constant  $C_1$ , we take the values of impulse and magnitude mentioned above. These considerations, along with proper accounting of the constants, lead us to a magnitude scale based on impulse, which has a general validity, defined by:

$$M_k = \frac{2}{3} \log K - 4.71. \quad (2)$$

We now define an equivalent magnitude scale that depends on the wave amplitude recorded at PPIG station. In this case  $M = \log A + C_2$ , where  $C_2$  is a constant. We determine  $C_2$  by combining  $K = \tau F / 2$  with the relationship between  $\log F$  and  $\log \tau$ , and  $\log F$  and  $\log A$  (given above and in Figure 5), and equation 2. The relationship is

$$M_k = \log A + 6.08 \quad (3)$$

where  $A$  is in cm/s. Since this magnitude scale depends on the wave amplitude at PPIG alone, and the data from this station is available in near real-time, it permits a very rapid estimation of the size of a volcanic explosion at Popocatepetl. It is important to note that  $M_k$  is fixed only at one point to the scale based on mass,  $M$ , and hence, the two will deviate from each other for larger and smaller explosions. Table 1 lists the magnitudes, using equation 2, of the ten explosions whose waveforms were inverted. For the remaining events, magnitudes were estimated from equation 3.

### Discussion and conclusions

Popocatepetl explosions since April 1997 can be modeled as point forces, which range between 1.17 x 10<sup>10</sup> N and 1.35 x 10<sup>11</sup> N. The horizontal components of these forces ( $F_x$  and  $F_y$ ), on average, are  $37 \pm 15\%$  of the vertical component. In general, forces point towards the east (see Table 1).

The force,  $F$ , scales with the duration,  $\tau$ , as  $F \propto \tau^2$ , in accordance with theoretical predictions. Based on this scaling, the relationship between impulse,  $K$ , and  $\tau$  and  $F$  ( $K = \tau F / 2$ ), and the fact that  $F \propto A$ , where  $A$  is the wave amplitude, we have developed a magnitude scale  $M_k$ . This scale is dependent on the impulse and is tied to the

initial explosive phase (first 110 s) of the May 18, 1980 Mt. St. Helens eruption whose magnitude is fixed at 4.6. We have also developed an equivalent magnitude scale, based on the wave amplitude at PPIG station. Table 1 gives a list of the explosions along with their magnitudes.

The largest recorded Popocatepetl explosion occurred on April 29, 1997 ( $M_k = 3.2$ ). The impulse,  $K = Mv_0$ , of this explosion ( $6.4 \times 10^{11} \text{ N}\cdot\text{s}$ ) was 220 times smaller than the value of  $1.4 \times 10^{14} \text{ N}\cdot\text{s}$  of the Mount St. Helens eruption computed from the 200 s source-time function given by Kanamori et al. (1984). Assuming  $v_0 = 150 \text{ m/s}$  (Hugo Delgado, personal communication, 2001) as the ejecta velocity, we find that a mass of  $4.3 \times 10^9 \text{ kg}$  was ejected in 9.6 s during the April 29, 1997 event. In contrast, the mass discharge rate in the first 2 minutes of the May 18, 1980 Saint Helens eruption was  $2\text{-}6 \times 10^9 \text{ kg/s}$  (Brodsky et al., 1999). Considering that the first sequence of subevents occurred during the initial 110 s (Kanamori et al., 1984), the amount of ejected mass was  $\sim 2.2\text{-}6.6 \times 10^{11} \text{ kg}$ . This means that between 50 and 150 times more mass was ejected during the initial phase of Mount Saint Helens explosion than during one of the largest Popocatepetl explosions to date.

### Acknowledgments

We thank H. Kanamori, E. Brodsky, J. Virieux, J.M. Espíndola, Y. Taran and H. Delgado for fruitful discussions. J. Estrada, J. Santiago, J. Cruz and J. Perez for maintenance of PPIG, and G. Espitia for help with portable recorders. This research was possible thanks to CONACyT project 27623T, and DGAPA project IN105199.

### References

- Aki K. and P. Richards, Quantitative Seismology: Theory and Methods. W.H. Freeman and Company, New York, USA, 1980.
- Arciniega-Ceballos, A., B.A. Chouet, and P. Dawson, Very long-period signals associated with vulcanian explosions at Popocatepetl Volcano, Mexico, Geophys. Res. Lett., 26, 3013-3016, 1999.
- Bouchon, M., Discrete wave number representation of elastic wave fields in three-space dimensions, J. Geophys. Res., 84, 3609-3614, 1979.

- Brodsky, E.E., H. Kanamori and B. Sturtevant, A seismically constrained mass discharge rate for the initiation of the May 18, 1980 Mount St. Helens, *J. Geophys. Res.*, 104, 29387-29400, 1999.
- Cruz-Atienza, V.M., A. Iglesias-Mendoza, J.F. Pacheco, N.M. Shapiro & S.K. Singh, Moho below the valley of Mexico estimated from receiver functions, 2001 (in preparation).
- Herrmann, R.B., An overview of synthetic seismogram computation, Version 3.0, Saint Louis University, Saint Louis, Missouri, USA, 1996 (unpublished manuscript).
- Kanamori, H. and J.W. Given, Analysis of long-period seismic waves excited by the May 18, 1980, eruption of Mount St. Helens – a terrestrial monopole, *J. Geophys. Res.*, 87, 5422-5432, 1982.
- Kanamori, H. and J.W. Given, Lamb pulse in nature, *Geophys. Res. Lett.*, 10, 373-376, 1983.
- Kanamori, H., J.W. Given and T. Lay, Analysis of seismic body waves excited by the Mount St. Helens eruption of May 18, 1980, *J. Geophys. Res.*, 89, 1856-1866, 1984.
- Kirkpatrick, S., C.D. Gelatt, and M.P. Vecchi, Optimization by simulated annealing, *Science*, 220, 671-680, 1983.
- Langston, C.A., Structure under Mount Rainier, Washington, inferred from teleseismic body waves, *J. Geophys. Res.*, 84, 4749-4762, 1979.
- Ligorria, J.P. and C.J. Ammon, Iterative deconvolution and receiver-function estimation, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 89, 1395-1400, 1999.
- Lomax, A., J. Virieux, R. Montelli, A. Zollo, and P. Capuano, A study of earthquake locations under Somma-Vesuvius volcano using different 3D models, *Eos Transactions, AGU*, 81, F902, 2000.
- Nishimura, T. and H. Hamaguchi, Scaling law of volcanic explosion earthquakes, *Geophys. Res. Lett.*, 20, 2479-2482, 1993.
- Ponko, S.C. and C.O. Sanders, Inversion for P and S wave attenuation structure, Long Valley caldera, California, *J. Geophys. Res.*, 99, 2619-2635, 1994.
- Pyle, D.M., Size of volcanic eruptions, *Encyclopedia of Volcanoes*, edited by H. Sigurdsson, pp 263-269, Academic Press, San Diego, California, USA, 2000.

Shapiro, N.M., S.K. Singh, A. Iglesias-Mendoza, V.M. Cruz-Atienza, and J.F. Pacheco, Evidence of low Q below Popocatepetl volcano, and its implication to seismic hazard in Mexico City, *Geophys. Res. Lett.*, 27, 2753-2756, 2000.

Valdés-González, C., G. González-Pomposo, and A. Martínez Bringas, Seismic behavior of the Popocatepetl volcano, Mexico, from December 21, 1994, to August, 1999, 2001 (in preparation).

### Figure captions

**Figure 1** Location map of Popocatepetl volcano, showing topography and broadband seismic stations. Solid triangles: permanent stations; open triangles: portable stations.

**Figure 2 (a)** Stacked receiver functions (solid line) and synthetic response of best model from inversion (dashed line). Shaded area straddling stacked receiver functions indicates one standard deviation. **(b)** Best crustal model from global inversion of receiver function (solid line) and 489 models (gray thin lines) which response lies almost within the data uncertainty. Depth measured with respect to elevation of PPIG station.

**Figure 3 (a)** An enlargement of the shallow part of the crustal structure from Figure 2b. **(b)** Depth distribution of 474 volcano-tectonic (VT) earthquakes from December 1994 to August 1999.

**Figure 4** Inversion of May 14, 1997 (03:31:47) explosion. Left: L2 misfit function values for all combinations of source depth and duration during grid search. Right: observed (solid lines) and synthetics (dashed lines) seismograms.

**Figure 5 (a)** Force,  $F$ , as a function of source duration,  $\tau$ , for the ten Popocatepetl explosions (circles). Data shows  $F \propto \tau^2$  scaling. Crosses, data from other volcanoes taken from Nishimura and Hamaguchi (1993). **(b)** Relation between force and wave amplitude at PPIG station for the same ten Popocatepetl explosions (circles). Solid line shows the best-fit curve, dashed lines are one standard deviation.

**Table 1.** Popocatepetl explosions (April 1997 - January 2001). Asterisks indicate the explosions whose source parameters were obtained from waveform inversion. Force components convention:  $F_x$  eastward,  $F_y$  northward,  $F_z$  downward. The station numbers are keyed to their names as shown in Figure 1. Magnitude  $M_k$  is defined in the text.

Date	Time	Depth (m)	$\tau$ (s)	$(F_x, F_y, F_z) 10^9$ N	Stations	$M_k$
*97/04/29	06:12:01	200.0	9.6	(40, 24, 125)	[1,3,4,6,7]	3.2
*97/05/14	03:31:47	400.0	6.0	(21, 6, 62)	[1,2,3,4]	2.8
*97/05/14	14:50:17	600.0	6.0	(21, -3, 78)	[1,2,4]	2.9
*97/12/25	01:29:12	0.0	8.0	(47, -20, 125)	[1,2,3,4,5,6]	3.1
*98/01/02	00:27:27	100.0	5.8	(15, -1, 55)	[2,3,4,5,6]	2.8
*98/09/21	16:47:60	200.0	5.8	(10, 0, 47)	[1,2,3,4]	2.7
98/09/21	20:43:56				[4]	2.0
*98/09/22	17:25:05	300.0	3.0	(6, -5, 21)	[1,2,4]	2.3
98/09/23	23:29:30				[4]	2.5
98/10/06	04:12:36				[4]	2.5
*98/11/25	14:03:28	900.0	3.4	(8, 3, 13)	[2,4]	2.2
*98/11/25	18:05:41	400.0	3.0	(6, -2, 10)	[2,4]	2.1
98/11/25	22:58:38				[4]	2.7
98/11/26	16:13:30				[4]	2.1
98/11/27	03:13:40				[4]	2.4
98/11/27	04:20:21				[4]	2.9
98/11/28	05:45:02				[4]	2.5
98/11/28	08:41:57				[4]	2.3
98/11/29	09:05:50				[4]	2.6
98/12/07	12:23:06				[4]	2.3
*98/12/15	23:50:09	400.0	4.0	(5, 1, 28)	[4]	2.5
99/03/20	00:38:37				[4]	3.0
99/03/22	17:44:10				[4]	2.8
99/04/04	08:25:49				[4]	2.5
99/04/15	15:56:52				[4]	1.8
00/12/17	08:36:56				[4]	2.4
01/01/29	17:02:21				[4]	2.1

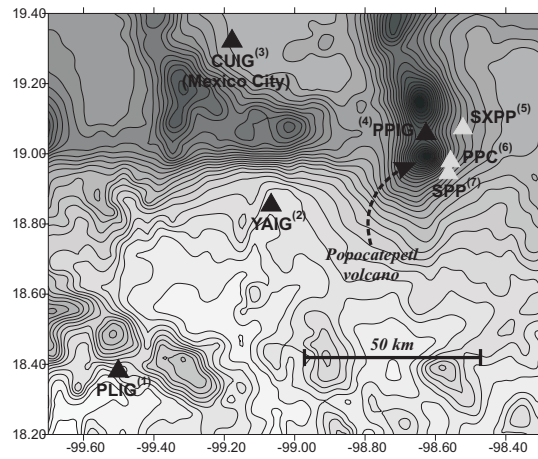


Figure 1

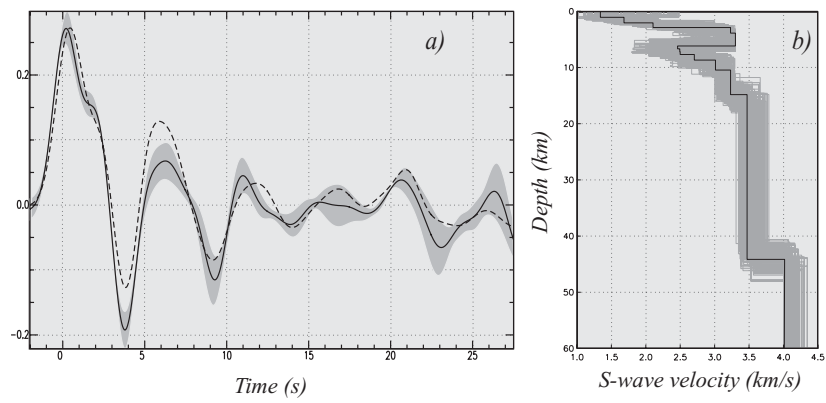


Figure 2

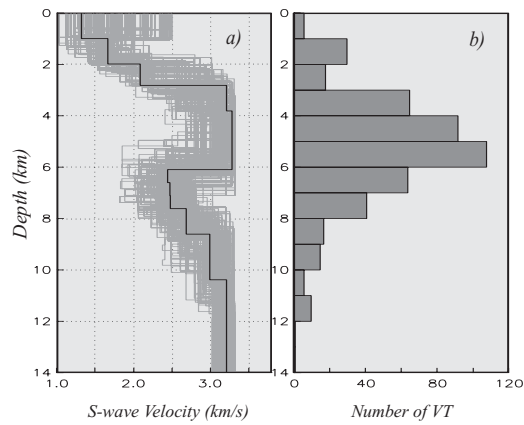


Figure 3



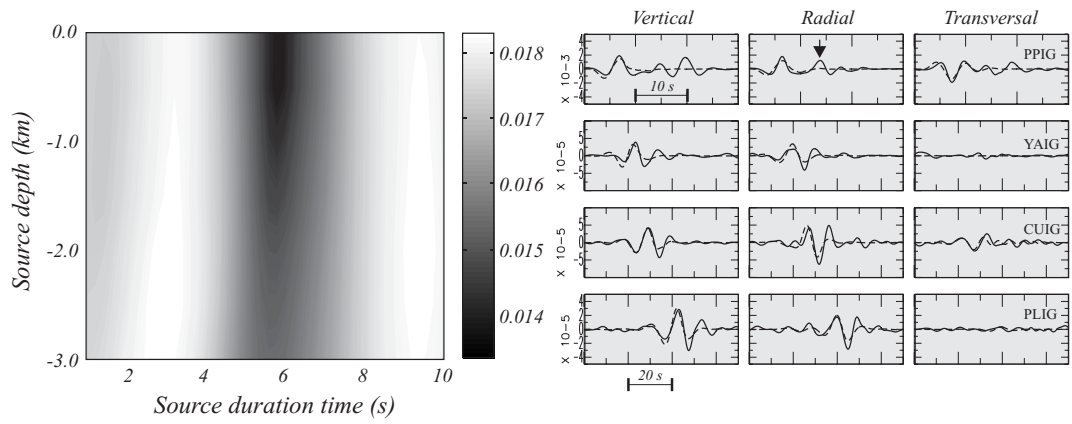


Figure 4

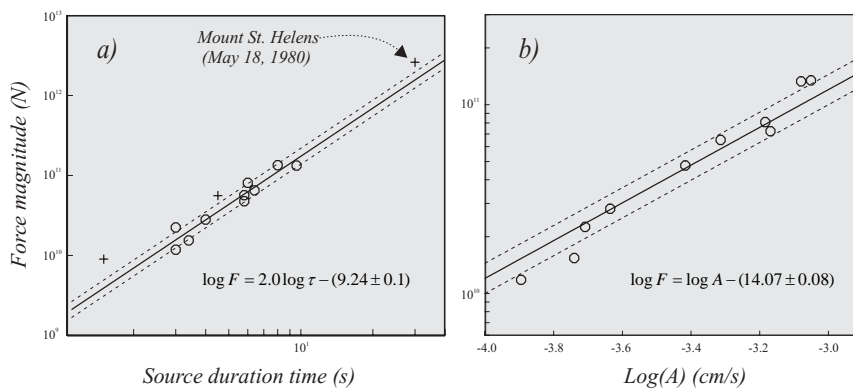


Figure 5