

ESTIMACIÓN DE EFECTOS DE SITIO USANDO VIBRACIÓN AMBIENTAL

Francisco. J. Sánchez-Sesma¹, Miguel Rodríguez¹, Úrsula Iturrarán-Viveros¹, Alejandro Rodríguez-Castellanos² Martha Suarez¹, Víctor M. Cruz-Atienza³ y Diane Rivet³

RESUMEN

Se examina el uso de ruido ambiental o la coda sísmica para estimar efectos de sitio, basándose en que la respuesta impulsiva de un sistema puede obtenerse a partir del promedio de las *correlaciones* cruzadas del movimiento debido a fluctuaciones o vibración de fondo. Las *autocorrelaciones* permiten estimar la densidad de energía promedio del campo sísmico. Esa densidad, en frecuencia, es proporcional a la parte imaginaria de la función de Green y en un medio estratificado es proporcional al cuadrado de la función de transferencia ante incidencia de ondas planas. Esto abre posibilidades interesantes tanto teóricas como experimentales.

ABSTRACT

The use of ambient noise or seismic coda for site effects assessment is examined. It is known that the impulsive response of a system can be obtained from averaging the *cross correlations* of the recorded fluctuations under background excitation. With one station the *autocorrelations* allow to assess the average energy density. Such density, in frequency domain, is proportional to the imaginary part of Green's function and, in a layered medium, the quantity is proportional to the square of transfer function for normal incidence of elastic plane waves. This result opens interesting possibilities both theoretically and experimentally.

INTRODUCCIÓN

Las correlaciones de los movimientos debidos a vibración ambiental están siendo objetos de renovado interés. Esto se debe a que se ha establecido recientemente que la respuesta impulsiva del sistema (o función de Green) puede obtenerse a partir del promedio de las *correlaciones* cruzadas de los movimientos registrados de coda o ruido. De hecho, esto se ha demostrado en ejemplos canónicos y en resultados teóricos para medios elásticos heterogéneos. El resultado es riguroso si existe isotropía de la excitación y las vibraciones forman un campo difusivo (*e.g.* Campillo y Paul, 2003; Wapenaar, 2004; Sánchez-Sesma y Campillo, 2006; Gouédard *et al.*, 2008; Margerin *et al.*, 2009).

La coda de un sismo es producida por difracción múltiple y sus intensidades se comportan de manera difusiva en espacio y tiempo. Por este motivo, las ondas de coda tienen mucha importancia en sismología e ingeniería sísmica. Los estudios pioneros de Aki (1957) han contribuido a la comprensión de la coda y del ruido sísmico. Estas señales son debidas a la difracción múltiple. Aki desarrolló varias formulaciones para explicar las características de la coda (ver Sato y Fehler, 1988). Un campo difuso existe, en una región dada, si el flujo neto de energía es nulo. Esta condición es aproximadamente alcanzada por la coda, debido a que éstas ondas continúan vibrando durante un tiempo mayor que el tiempo de viaje de la fuente-estación (Aki y Chouet, 1975). De hecho, debido a la difracción múltiple, las ondas de coda arriban a un sitio dado desde direcciones diferentes y se considera que por este motivo muestrean más o menos uniformemente el medio alrededor de la estación de registro.

¹ Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Cd. Universitaria, Coyoacán 04510, México D.F. sesma@servidor.unam.mx, mrod@pumas.iingen.unam.mx, mssl@servidor.unam.mx

² Instituto Mexicano del Petróleo, Eje Central L Cárdenas 152, Gustavo A Madero 07730, México D.F. arcastel@imp.mx

³ Instituto de Geofísica, Universidad Nacional Autónoma de México, Cd. Universitaria, Coyoacán 04510, México D.F., cruz@geofisica.unam

La densidad de energía es proporcional a la parte imaginaria de la función de Green en la fuente y esta última es sensible a la energía que regresa a la fuente. Por ello puede ser útil para detectar resonancias o reflectores. Si contamos con esta función para un sitio dado y siendo esta independiente de la excitación podemos sugerir que representa la firma espectral del sitio. Las importancias relativas de los picos del espectro de energía pueden ser relevantes para inferir la respuesta sísmica del sitio en terremotos futuros.

En un régimen difuso la energía disponible está distribuida, en proporciones fijas, entre todos los estados posibles. Éste es el Principio de Equipartición (en gases monoatómicos, los tres grados de libertad definen “estados” independientes y cada uno toma un tercio de la energía total). Estas ideas de la termodinámica han sido introducidas en acústica y en propagación de ondas elásticas por Weaver (1982). Se ha mostrado recientemente, que las fronteras o difractores inducen fluctuaciones, en espacio y frecuencia, de las densidades de energía (Sánchez-Sesma *et al.*, 2008).

En este trabajo se examina la posibilidad de usar ruido ambiental o la coda sísmica para estimar efectos de sitio. En el caso de una estación podemos imaginar que coinciden tanto fuente como receptor. Es posible demostrar que la extensión del argumento nos lleva a usar *autocorrelaciones* que permiten estimar la densidad de energía promedio del campo sísmico.

En el dominio de la frecuencia, esa densidad es proporcional a la parte imaginaria de la función de Green. Además, se demuestra que para un medio estratificado, esta es proporcional al cuadrado de la función de transferencia ante incidencia de ondas planas. Esto es equivalente al resultado de Claerbout (1968) en el que descubrió que *el sismograma de reflexión para una fuente y receptor superficiales es proporcional a la parte causal de la autocorrelación del sismograma debido a una fuente en profundidad y el mismo receptor*. Esto abre la puerta a interesantes posibilidades tanto teóricas como experimentales.

Los resultados pueden ser además útiles para evaluar la respuesta sísmica de un sitio dado cuando los registros de movimientos severos son escasos. Bastaría con tener una iluminación razonable de micro temblores y ruido. Consideramos que la parte imaginaria de la función Green es una firma espectral del sitio. La importancia relativa de los picos de este espectro de energía, sin considerar efectos no lineales, puede influir la respuesta sísmica del sitio para sismos futuros.

TEOREMA DE REPRESENTACIÓN DEL TIPO CORRELACIÓN

Consideremos un dominio elástico, no necesariamente homogéneo y anisótropo limitado por la superficie Γ . A partir de la identidad clásica de reciprocidad de Betti-Rayleigh, también conocida como el teorema de representación de Somigliana, es posible obtener un teorema de representación del tipo correlación:

$$2i\text{Im}[G_{mn}(x_A, x_B)] = - \int_{\Gamma} \{G_{mi}(x_A, \xi)T_{in}(\xi, x_B) - G_{ni}(x_B, \xi)T_{im}(\xi, x_A)\} d\Gamma_{\xi} \quad (1)$$

donde $G_{nm}(x_A, x_B)$ = desplazamiento en x_A en la dirección m producido por una fuerza armónica unitaria que actúa en x_B en la dirección n (ésta es la función de Green), $T_{im}(x_A, x_B)$ = tracción en el punto x_A , con normal $n_i(x)$, en dirección i producida por una fuerza armónica unitaria aplicada en la dirección m que actúa en x_B (ésta es la función de tracciones de Green).

Este teorema de representación ya ha sido discutido (Wapenaar, 2004; Van Manem *et al.*, 2006) con una notación un poco diferente. El resultado es implícito en el tratamiento de Weaver y Lobkis (2004). En esta identidad, la parte imaginaria del tensor de Green entre los puntos x_A y x_B se expresa en términos de los valores en la frontera.

RECUPERACIÓN DE LA FUNCION DE GREEN A PARTIR DE CORRELACIONES

El campo dentro de un volumen V puede representarse por la radiación elástica de una densidad de fuerza $\varphi_i(\xi)$ que actúa a lo largo de Γ :

$$u_m(x) = \int_{\Gamma} G_{mi}(x, \xi) \varphi_i(\xi) d\Gamma_{\xi} \quad (2)$$

Es usual definir un campo difuso (vea Wapenaar, 2004) en términos de una densidad de fuerza dada tal que su promedio a lo largo de Γ es nulo; aquí representamos el promedio con $\langle \varphi_i(\xi) \rangle = 0$, y asumimos que $\varphi_i(\xi)$ y $\varphi_j(\xi)$ son mutuamente no correlacionadas. Entonces tenemos

$$\langle \varphi_i(\xi) \varphi_j(\zeta) \rangle = F^2 \delta_{ij} \delta(\xi - \zeta) \quad (3)$$

donde F^2 es la densidad espectral de la excitación. El promedio de la correlación cruzada del movimiento entre los puntos x_A and x_B se da entonces por

$$\langle u_m(x_A) u_n(x_B) \rangle = \iint_{\Gamma} G_{mi}(x_A, \xi) G_{nj}(x_B, \zeta) \langle \varphi_i(\xi) \varphi_j(\zeta) \rangle d\Gamma_{\xi} d\Gamma_{\zeta} \quad (4)$$

Por consiguiente,

$$\langle u_m(x_A) u_n(x_B) \rangle = F^2 \int_{\Gamma} G_{mi}(x_A, \xi) G_{ni}(x_B, \xi) d\Gamma_{\xi} \quad (5)$$

A partir de la ec. (5) y teniendo en cuenta la relación entre el tensor Green de desplazamientos y tracciones en una envolvente lejana (para los detalles ver Sánchez-Sesma *et al.*, 2008), entonces la ec. (1) puede escribirse mediante

$$\langle u_i(x_A) u_j(x_B) \rangle = -4E_S k^{-2} \text{Im}[G_{ij}(x_A, x_B)] \quad (6)$$

$$\langle u_i(x_A) u_j(x_B) \rangle = -2\pi \pi_s k^{-3} \text{Im}[G_{ij}(x_A, x_B)] \quad (7)$$

para 2D y 3D, respectivamente. $E_S = \rho \omega^2 S^2$, representa el promedio de la densidad de energía y S^2 = el promedio la densidad espectral de las ondas planas de corte de la iluminación isotrópica de fondo. Las ecs. (6) y (7) son consecuencias analíticas del teorema de representación de la ec. 1 y se ha verificado recientemente para el espacio completo (Sánchez-Sesma y Campillo, 2006) y para una inclusión elástica embebida en un espacio elástico (Sánchez-Sesma *et al.*, 2006).

DENSIDADES DE ENERGÍA

EL SEMI ESPACIO 2D, PROBLEMA ANTIPLANO SH

Para el caso antiplano SH en un semi espacio en 2D, la función de Green puede obtenerse fácilmente superponiendo la imagen espejo de la reflexión. Así podemos escribir

$$G_{22}(x_A, x_B) = \frac{1}{4i\mu} \{H_0^{(2)}(kr) + H_0^{(2)}(kr')\} \tag{8}$$

donde $H_0^{(2)}(\cdot)$ = función de Hankel cilíndrica de orden cero de segunda especie = $J_0(\cdot) - iY_0(\cdot)$, aquí $J_0(\cdot)$ y $Y_0(\cdot)$ = funciones de Bessel de orden cero de primera y segunda especie, respectivamente. Por consiguiente, la parte imaginaria de la función de Green se escribe como:

$$\text{Im}[G_{22}(x_A, x_B)] = \frac{-1}{4\mu} [J_0(kr) + J_0(kr')] \tag{9}$$

donde r = la distancia entre la fuente y receptor y r' = distancia entre la fuente imagen y receptor. En la fuente $r = 0$ y $r' = 2z$. La densidad de energía es proporcional a la parte imaginaria de la función Green en la fuente misma. Debido a que solo tenemos ondas SH entonces $E_\infty = E_S$. Por consiguiente, considerando que $J_0(0) = 1$, podemos escribir

$$E(z, \omega) = E_\infty \times (1 + J_0(2kz)) \tag{9}$$

Esta expresión da la densidad de energía como función de la frecuencia y la profundidad. En la superficie la densidad de energía es constante y dos veces su valor al espacio infinito. En la figura 1 ilustramos la relación $E(kz)/E_\infty$ contra kz , $k = 2\pi/\lambda$ y λ = longitud de ondas de corte. En todo caso, la relación mostrada en la figura 1 clarifica las fluctuaciones dependientes de la frecuencia y la profundidad. El signo negativo se incluye en la normalización. La energía de referencia E_∞ es la densidad de energía en el espacio profundo 2D.

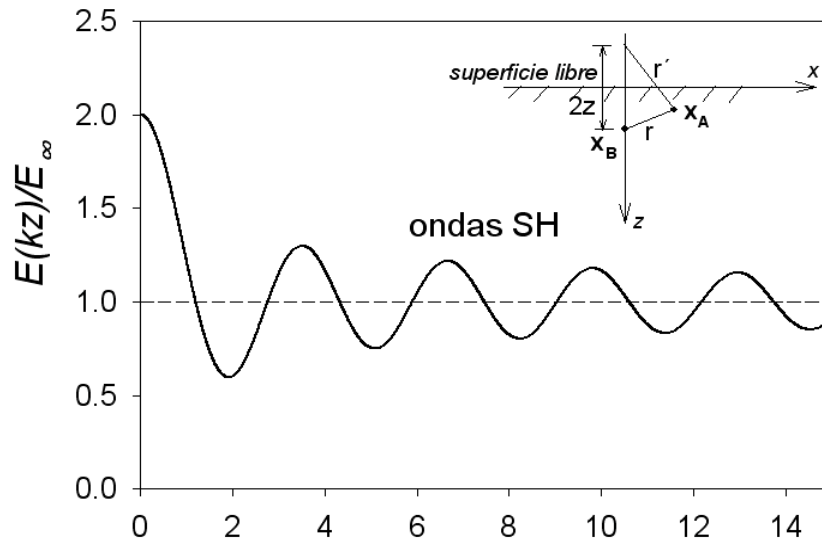


Figura 1 Densidad de energía normalizada para un campo difuso de ondas SH en un semi espacio 2D en términos de la profundidad normalizada kz

EL SEMI ESPACIO 3D, PROBLEMA ELÁSTICO

Estos resultados para las ondas SH se ha extendido al caso vectorial en 2D de ondas P , SV y de *Rayleigh* (Sánchez-Sesma, *et al.* 2008) en 2D y recientemente se ha completado el estudio del caso 3D para el semi-espacio elástico (Pertou *et al.* 2009).

En la figura 2 se presenta la densidad de energía normalizada para un campo difuso de ondas incidentes P, SV, SH y de Rayleigh en un semi espacio elástico tridimensional con superficie libre. Las densidades parciales y la suma se despliegan contra la profundidad normalizada en términos de la longitud de ondas de Rayleigh.

Los cálculos se hicieron organizando las energías de dos maneras diferentes. En la gráfica de la izquierda de la figura 2 las densidades se calcularon mediante promedios de campos elásticos de ondas incidentes. Puede apreciarse que en la profundidad de más de una longitud de onda de Rayleigh la energías asociadas a las ondas S y a las P mantienen una proporción igual a $2\alpha^3/\beta^3$ que es consistente con la equipartición elástica.

En la gráfica de la derecha se presentan las densidades de energía calculadas agrupando las contribuciones de los tres grados de libertad, en este caso los componentes cartesianos, y calculando la parte imaginaria de los elementos de la diagonal del tensor de Green. Con la profundidad las energías de cada componente tienden a un tercio de la densidad de energía total. Esa es la equipartición clásica.

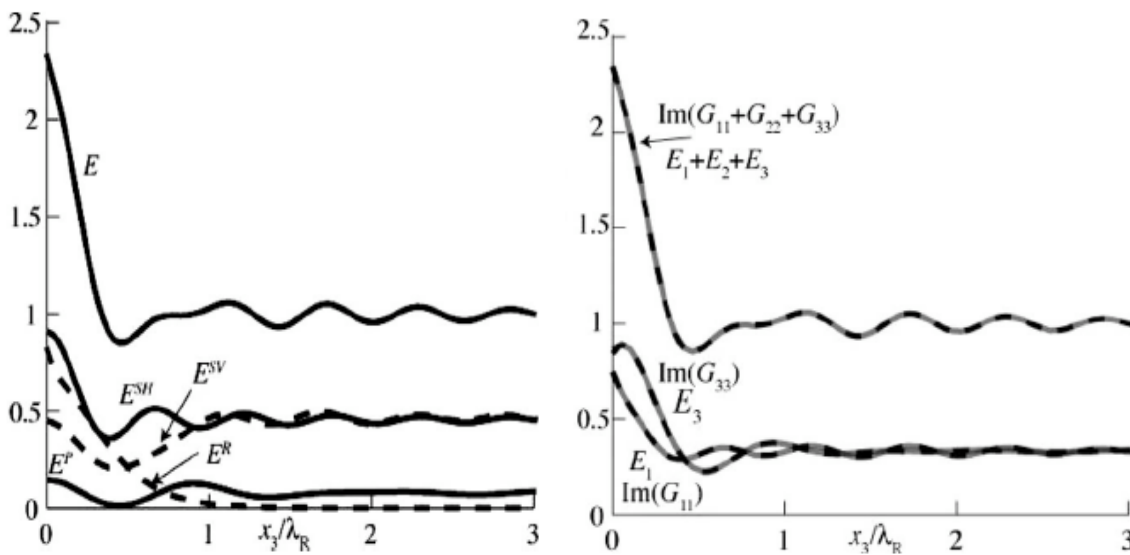


Figura 2 Densidad de energía normalizada. A la izquierda promedios de campos elásticos de ondas incidentes; a la derecha se agrupan las contribuciones de los tres grados de libertad.

DENSIDAD DE ENERGIA EN LA SUPERFICIE DE UN ESTRATO, CASO 2D

Ahora calculamos la densidad de energía teórica en la superficie de una capa elástica 2D. Con este fin podemos re-escribir la ec. (6) como:

$$E(x_A) = \rho\omega^2 \langle u_m(x_A) u_m(x_A) \rangle = -4\mu E_S \times \text{Im}[G_{mm}(x_A, x_A)] \quad (10)$$

E_S es el promedio de la densidad de energía de ondas de corte, la cual es una medida de la potencia de la iluminación del campo difuso. La densidad de energía total a un punto es proporcional a la traza de la parte imaginaria del tensor de Green para el receptor coincidente con la fuente.

PROBLEMA ANTIPLANO SH

Consideremos el problema 2D de un estrato con espesor h y condiciones de frontera de tracciones-libres en la superficie superior e inferior, figura 3. La única manera admisible de excitar el sistema es con fuentes dentro del estrato y cuyo movimiento será únicamente en la dirección de y .

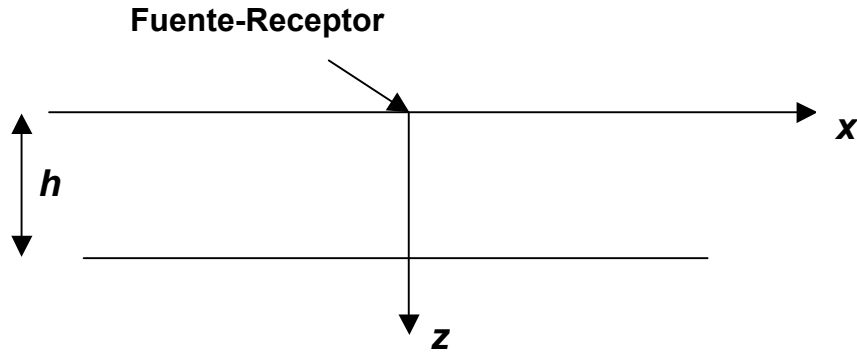


Figura 3. Estrato elástico con condición de frontera libre-libre. Caso altiplano SH.

Usando el método de imágenes, como para el semi espacio, pero ahora con imágenes infinitas, para incluir las contribuciones de todas las reflexiones, podemos escribir

$$\text{Im}[G_{22}(0,0)] = \frac{1}{2\mu} \{ + 2J_0(\omega\tau) + 2J_0(2\omega\tau) + 2J_0(3\omega\tau) + \dots \} \quad (11)$$

donde $\tau = 2h/\beta$ = tiempo de viaje fuente-receptor-fuente.

La serie dentro de las llaves tiene una suma en términos de una serie de raíces cuadradas recíprocas (vea Gradshteyn y Ryzhik, 1994). Por consiguiente, podemos escribir

$$\text{Im}[G_{22}(0,0)] = -(2\mu\pi\tau)^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n \frac{H(f - n/\tau)}{\sqrt{f^2 - (n/\tau)^2}} \quad (12)$$

donde $H(\cdot)$ = función escalón unitario de Heaviside y ε_n = factor de Neumann (=1 para el $n=0$ e =2 para $n>0$). La figura 4 muestra la densidad de energía en la parte superior del estrato normalizada. Se grafican los primeros cinco picos. Los picos representan a las frecuencias resonantes n/τ del estrato libre-libre. Con excepción del pico del origen, que corresponde al movimiento del cuerpo rígido del estrato, todos los otros picos son integrables. Estos pueden ser mucho más pequeños en presencia de amortiguamiento. En misma figura, también se muestra el caso de un medio amortiguado, para $Q = 50$. Se emplearon 50 términos de la expresión.

$$\text{Im}[G_{22}(0,0)] = -\text{Re} \frac{1}{2\mu} \{ H_0^{(2)}(0) + 2H_0^{(2)}(\omega\tau) + 2H_0^{(2)}(2\omega\tau) + 2H_0^{(2)}(3\omega\tau) + \dots \} \quad (13)$$

Consideremos ahora que el estrato tiene la condición de frontera fija en la profundidad h . Esto implica que a esa profundidad la función de Green debe ser nula (y se le conoce como la condición de Dirichlet). Usando el método de imágenes, como en el caso del semi espacio para ondas SH, podemos escribir

$$\text{Im}[G_{22}(0,0)] = \frac{-1}{2\mu} \{ - 2J_0(\omega\tau) + 2J_0(2\omega\tau) - 2J_0(3\omega\tau) + \dots \} \quad (14)$$

donde $\tau = 2h/\beta$. La serie dentro de las llaves tiene una suma en términos de una serie de raíces cuadradas recíprocas (ver Gradshteyn y Ryzhik, 1994). Entonces podemos escribir

$$\text{Im}[G_{22}(0,0)] = -(\mu\pi\tau)^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{H(f - (2n-1)/2\tau)}{\sqrt{f^2 - ((2n-1)/2\tau)^2}} \quad (15)$$

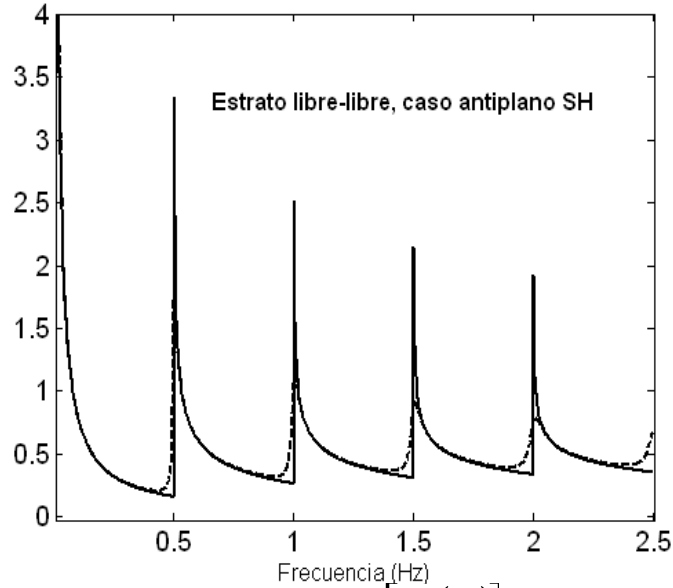


Figura 4. Densidad de energía normalizada, $-\text{Im}[G_{22}(0,0)]$ versus frecuencia f (Hz). Estrato con fronteras libre-libre, $\tau = 2\text{seg}$. Línea continua, $Q^{-1}=0$. Línea punteada $Q = 50$.

En la figura 5 pueden verse los primeros cinco picos a las frecuencias resonantes $(2n-1)/2\tau$ del estrato libre-fijo. En la frecuencia $1/2\tau$ se presenta el primer salto. El caso de un medio amortiguado para $Q=50$ se calculó con 50 términos de la expresión

$$\text{Im}[G_{22}(0,0)] = -\text{Re} \frac{1}{2\mu} \left\{ H_0^{(2)}(0) - 2H_0^{(2)}(\omega\tau) + 2H_0^{(2)}(2\omega\tau) - 2H_0^{(2)}(3\omega\tau) + \dots \right\} \quad (16)$$

SISMOGRAMAS DE PSEUDO-REFLECTION PARA EL ESTRATO 2D

Es posible demostrar que la transformada de Fourier de las ecs. 14 ó 15, es decir la inversión de $i \text{sgn} \omega \times \text{Im}[G(0,0;\omega)]$, da lugar a una señal no causal. Sin embargo, la parte causal en precisamente el sismograma de pseudo-reflexión. En el ejemplo del estrato de base rígida este está dado por:

$$\frac{1}{\pi\mu} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-1)^n \frac{H(t - n\tau)}{\sqrt{t^2 - (n\tau)^2}} \quad (17)$$

donde ε_n = factor de Neumann (=1 si $n=0$; =2 para $n>0$). Este resultado exhibe un hecho curioso: la forma funcional de las respuestas en frecuencia y tiempo es muy semejante.

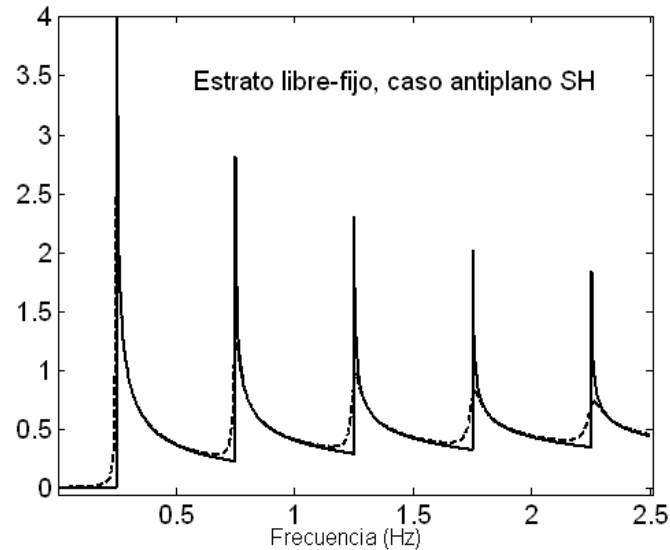


Figura 5. Densidad de energía normalizada, $-\text{Im}[G_{22}(0,0)]$ versus frecuencia f en Hz.

Estrato con fronteras libre-fijo, $\tau = 2\text{seg}$. Línea continua, $Q^{-1}=0$. Línea interrumpida $Q = 50$.

DISCUSION Y CONCLUSIONES

La parte imaginaria del tensor de Green es proporcional a la densidad de energía para una fuente y receptor localizados en la misma posición. Así, la disponibilidad de la función de Green puede permitir establecer la densidad de energía teórica de un campo difusivo. De hecho, la cantidad observable dada por el promedio de la función de autocorrelación (o promedio de la densidad espectral) también es proporcional a la densidad de energía.

Se revisaron los casos de un semi espacio en 2D y 3D y de un estrato bajo la excitación antiplana SH. También se calculó la parte imaginaria de la función de Green vs frecuencia. Ésta representa la firma espectral del sitio. Las densidades de energía para el semi espacio 2D exhiben variaciones significativas en espacio y frecuencia. Para el estrato con fronteras libre-libre (el cual corresponde a una placa infinita) y el estrato con base fija, la densidad de energía teórica revela variaciones importantes que son debidas a las reflexiones provenientes de las fronteras. Para cada uno de los casos se identifican las frecuencias resonantes del estrato. Se planea realizar el cálculo de la densidad de energía en una serie de estratos paralelos usando el formalismo del método del número de onda discretizado. Bajo las hipótesis de medio y excitación 1D puede demostrarse la parte imaginaria de la función de Green en la superficie libre es proporcional al cuadrado de la función de transferencia. Usando consideraciones diferentes este resultado fue obtenido por Claerbout (1968). Bajo condiciones en las que puedan satisfacerse la hipótesis el método de Scherbaum (1987) permitiría invertir los seismogramas de pseudo-reflexión.

Estas predicciones deben validarse con análisis numéricos y estudios experimentales. Los diferentes problemas que podrían abordarse serían: (1) criterios de normalización para diferentes escenarios experimentales, (2) la importancia de absorción que puede limitar la observabilidad de estructuras profundas, y (3) la valoración de la naturaleza difusa del ruido y micro temblores.

Teóricamente las densidades de energía permiten la visualización del medio en condiciones más generales. De hecho la conexión con el teorema óptico ha sido explorada en este contexto por Snieder *et al.* (2009). La visualización completa del sitio para determinar su estructura requerirá tomar en cuenta la variación lateral. La importancia relativa de los picos del espectro de energía, sin considerar los efectos no lineales, puede influir en la respuesta sísmica del sitio para sismos futuros.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a Guillermina Sánchez N. y a su equipo de Unidad de Servicios de Información (USI) del Instituto de Ingeniería, UNAM su ayuda para localizar referencias. Los apoyos parciales de DGAPA-UNAM, Proyecto IN121709, México y del Instituto Mexicano del Petróleo son apreciados grandemente.

REFERENCIAS

Aki K. (1957). “**Space and time spectra of stationary stochastic waves with special reference to micro-tremors**”, Bull. Earthq. Res. Inst. 35, pp 415-456.

Aki K. & Chouet B. (1975). “**Origin of coda waves: Source, attenuation and scattering effects**”, J. Geophys. Res. 80, pp 3322-3342.

Campillo M (2006)., “**Phase and correlation in random seismic fields and the reconstruction of the Green function**.” Pure and Applied Geophysics 163, pp. 475-502.

Campillo M. & Paul A. (2003). “**Long range correlations in the seismic coda**”, Science 299, pp 547-549.

Claerbout J. F. (1968). “**Synthesis of a layered medium from its acoustic transmission response**”, Geophysics. 33, pp 264-269.

Gouédard P., Stehly L., Brenguier F., Campillo M., Colin de Verdière Y., Larose E., Margerin L., Roux P., Sánchez-Sesma F. J., Shapiro N. M. & Weaver R. L. (2008). “**Cross-correlation of random fields: mathematical approach and applications**”, Geophys. Prospecting 56, pp 375-393.

Gradshteyn I. S. & Ryzhik I. M. (1994). “**Table of Integrals**”, Series and Products 5th Edition, Academic Press, London.

Margerin L., Campillo M., van Tiggelen B. A. & Hennino R. (2009). “**Energy partition of seismic coda waves in layered media: theory and application to Pinyon Flats Observatory**”, Geophys. J. Int. 177, pp 571-585.

Perton M, Sánchez-Sesma F J, Rodríguez-Castellanos A, Campillo M & Weaver R L (2009), “**Two perspectives on equipartition in diffuse elastic fields in three dimensions**”, Journal of Acoustical Society of America, Vol 126 No 3 pp 1125-1130 Doi 10.1121/1.3177262

Sánchez-Sesma F.J. & Campillo M. (2006). “**Retrieval of the Green function from cross-correlation: The canonical elastic problem**”, Bull. Seism. Soc. Am. 96, pp 1182-1191.

Sánchez-Sesma F. J., Pérez-Ruiz J. A., Campillo M. & Luzón F. (2006). “**The elastodynamic 2D Green function retrieval from cross-correlation: The canonical inclusion problem**”, Geophys. Res. Lett. 33, L13305, doi:10.1029/GL026454.

Sánchez-Sesma F. J., Pérez-Ruiz J. A., Luzón F., Campillo M. & Rodríguez-Castellanos A. (2008). “**Diffuse fields in dynamic elasticity**”, Wave Motion 45, pp 641–654.

Sato H. & Fehler M. (1998). “**Wave Propagation and Scattering in the heterogeneous Earth**”, Springer-Verlag, New York.

Scherbaum F. (1987). “**Seismic imaging of the site response using microearthquake recordings**”. Part 1. Method, Bull. Seism. Soc. Am. 77, pp 1905-1923.

Snieder R., Sánchez-Sesma F. J. & Wapenaar K. (2009). "**Field fluctuations, imaging with backscattered waves, a generalized energy theorem, and the optical theorem**", SIAM J. Imaging Sciences, in press.

Van Manen D.-J., A. Curtis & J. O. A. Robertsson (2006), "**Interferometric modelling of wave propagation in inhomogeneous elastic media using time-reversal and reciprocity**". Geophysics, 71, S147-S160, doi 10.1190/1.2213218.

Wapenaar K. (2004). "**Retrieving the elastodynamic Green's function of an arbitrary inhomogeneous medium by cross correlation**", Phys. Rev. Lett. 93, 254301-pp 1-4.

Weaver R. L.(1982), "**On diffuse waves in solid media**". J. Acoust. Soc. Am. 71, pp 1608-1609.

Weaver R. L. & Lobkis O.I. (2004). "**Diffuse fields in open systems and the emergence of the Green's function**", J. Acoust. Soc. Am. 116, pp 2731-2734.