



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA
INSTITUTO DE GEOFÍSICA**

Inversión de la Dinámica de Sismos Mexicanos

Tesis que para obtener el grado de

**Maestría en Ciencias de la Tierra
(Sismología)**

P R E S E N T A

John Jairo Díaz Mojica

Dirigida por

Dr. Víctor Manuel Cruz Atienza

Agradecimientos

Dedico este trabajo a mi familia Nohemi, Libardo, Tito, Nena, Chica, Julian, Sarita, Jorgito, Alejandra y Marianita, por ser el motor de está y todas las actividades que me ocupan.

Como es de esperarse el agradecimiento a Victor, por compartir sus conocimientos, especialmente en las largas sesiones de trabajo, además de su apoyo incondicional dentro y fuera de la academia.

En general a los investigadores del Departamento de Sismología, especialmente a Arturo Iglesias por el importante y continuo aporte junto a Carlos Valdés cuyo aporte económico nos facilito llevar a buen término este trabajo.

A mis compañeros del posgrado, especialmente a los del “cubote” por esos momentos de “reflexión” que hacen parte del que hacer académico; finalmente pero no menos importante a Carito, Leydi, Hortencia y Anita por iluminarne con su chispa.

Índice

Capítulo 1: Introducción

1.1 Antecedentes sobre el Modelado de la Fuente Sísmica	
1.1.1 Espectro Internacional	1
1.1.2. Panorama en México	3
1.2 Aproximación a la Investigación	5

Capítulo 2: INVERSIÓN DE LA DINÁMICA DE LA FUENTE SÍSMICA

2.1 Método para el Modelado Inverso de la Fuente	7
2.2 Problema Directo	8
2.2.1 Modelado de la Fuente Dinámica	8
2.2.2 Diferencias Finitas	12
2.2.3 Método de Número de Onda Discreto	17
2.2.4 Sismogramas Sintéticos	19
2.2.5 Verificación del Problema Directo	20
2.3 Algoritmo Genético	
2.3.1 Algoritmo Genético en Paralelo	26
2.3.2 Inversión Sintética	30

Capítulo 3: MODELADO INVERSO DEL SISMO Mw6.6 INTRAPLACA DE ZUMPANGO, GUERRERO

3.1 Introduction	33
3.2 Dynamic-Source Inversion Method	33
3.2.1 Source Model Parametrization	34
3.2.2 Forward Problem	35
3.2.3 Parallel Genetic Algorithm	36
3.2.4 Synthetic Inversion	39
3.3 The Mw 6.6 Zumpango Earthquake	46
3.3.1 Tectonic Setting and Recorded Data	47
3.3.2 Dynamic-Source Inversion Results	47
3.3.3 Estimation of Dynamic-Source Parameters	53
3.4 Discussion and Conclusions	56
3.5 Acknowledgements	58
3.6 References	59

INTRODUCCIÓN

Aunque los terremotos son tan viejos como el tiempo y han tenido una fuerte influencia en la cotidianidad de la raza humana, aún existen muchas cosas sobre la naturaleza de los sismos, especialmente sobre la fuente sísmica, que esperan a ser descubiertas. Inicialmente se atribuía su origen a los dioses o a “la misma Tierra” como respuesta al mal comportamiento humano. Sin embargo, no es sino hasta el siglo XVIII que se inicia, en términos científicos, una comprensión real del problema. Los sismos son fenómenos que se desarrollan en las profundidades del planeta, como resultado de una combinación de procesos, que ocurren en rangos de tiempo que van de segundos a milenios y rangos espaciales de milímetros a centenas de kilómetros.

Antecedentes

I. Espectro internacional.

La comprensión de la fuente sísmica implica un entendimiento de los rangos de espacio y tiempo, complementado con conocimientos de los procesos geológicos, geoquímicos y geofísicos, que pueden contribuir a un eventual sismo. Actualmente buena parte del comportamiento dinámico se explica empleando modelos cinemáticos, asumiendo un comportamiento elástico de las rocas alrededor de las fallas (AKI y RICHARDS: 1980).

Además se han podido reproducir algunos aspectos de los sismogramas originados por sismos reales, con simulaciones numéricas y físicas (e.g., OLSEN et al., 1997; GUATTERI y SPUDICH, 2000; DAY y ELY, 2002). En este sentido, numerosos estudios se han llevado a cabo en las últimas décadas para comprender los procesos físicos involucrados en la generación y propagación de las ondas sísmicas. Inicialmente se aplicó *la técnica de inversión de la forma de onda* a movimientos fuertes de fuente cercana: el método empleado consiste en calcular sismogramas sintéticos que son comparados con los reales, (Hartzell y Heaton, 1983; Ru y Kanamori, 1983; Kikuchi y Fukao, 1985; Fukuyama y Irikura, 1986; Takeo, 1987; Beroza y Spudich, 1988; Cotton y Campillo, 1995).

Asimismo, las inversiones cinemáticas son muy eficientes para obtener parámetros de la fuente como la distribución del deslizamiento, la velocidad y el tiempo de ruptura en el plano de falla; estos estudios se basan en modelos cinemáticos que requieren asumir la forma de

la función de deslizamiento temporal usando una caja, un triángulo o un trapecio (entre otras). Estas se convolucionan con *Funciones de Green* calculadas previamente para cada par estación-subfalla. En muchas aproximaciones se utiliza el *Método de Número de Onda Discreto*, que asume un modelo de velocidades por capas horizontales; sin embargo, al no involucrar alguna condición sobre la dinámica de la ruptura, puede llevar a soluciones que no necesariamente tienen sentido físico.

Por otro lado, surgieron acercamientos teóricos y numéricos basados en la ruptura espontánea y la ruptura dinámica (Das y Aki, 1977; Mikumo y Miyakate, 1978; Das, 1981; Day, 1982) que mostraron la complejidad del proceso de ruptura al involucrar un campo de esfuerzos, cizallantes no uniformes, con una resistencia heterogénea en el plano de falla. Algunos autores como Fukuyama y Mikumo en 1993, Ide y Takeo, 1997, Olsen et al., 1997, Bouchon et al., 1998; han tratado de obtener el campo de esfuerzos dinámico a partir de la distribución del deslizamiento obtenido mediante la inversión cinemática. No obstante, las aproximaciones hechas al emplear modelos cinemáticos afectan los parámetros dinámicos obtenidos, propagando errores de la inversión cinemática a la inversión dinámica (Piatanesi et al., 2004), que ya de forma intrínseca posee no unicidad (Peyrat et al. 2001).

La heterogeneidad en las propiedades de la fuente sísmica se puede describir mediante dos modelos complementarios: el de *Barreras* (Das y Aki, 1977) y el de *Asperidades* (Kanamori y Stewart, 1978) cuyo patrón de radiación, en teoría, debe ser igual (Madariaga, 1979). Esta hipótesis fue confirmada por la inversión dinámica del sismo de Landers de 1992, con datos de movimientos fuertes, utilizando el método de prueba y error (Peyrat et al. 2001). Luego Peyrat y Olsen en 2004, llevaron a cabo una inversión no lineal completa de la dinámica del sismo de Tottori, empleando el algoritmo de vecindades propuesto por Sambridge (1999a, 1999b): en ella discretizaron el plano de falla con parches rectangulares de esfuerzos constantes. Ésta discretización tiene dos problemas: primero, el gran número de parches necesarios para cubrir el plano de falla, y segundo, las discontinuidades de los esfuerzos que aparecen en los bordes y en los límites entre los parches. Siguiendo una idea originalmente propuesta por Vallée y Bouchon en 2004, para la inversión de la fuente cinemática, Di Carli y otros (2010) mejoraron estos resultados empleando una distribución de los esfuerzos descrita por dos parches elípticos, lo que permite reducir el número de grados de libertad y con ello la cantidad de parámetros para la inversión. No obstante, debido al desafío que conlleva hacer una inversión dinámica, incluso reduciendo el número

de parámetros, explorar todo el campo de soluciones es sino imposible, muy costoso en términos computacionales. Debido a la limitada resolución y a la capacidad de cómputo les fue difícil resolver los parámetros de la ley de fricción. Recientemente Ruiz y Madariaga (2011), llevaron a cabo una inversión completa de la dinámica de la ruptura del sismo de Michilla al norte de Chile, del 16 de diciembre 2007 ($M_w=6.7$), un evento intraplaca con registros de movimiento fuerte, obtenidos con instrumentos de banda ancha y de periodo corto. La calidad de los datos les permitió, utilizando el algoritmo de vecindades propuesto por Sambridge (1999a, 1999b), invertir los parámetros asociados con los esfuerzos, la ley de fricción y la geometría, resolviendo en total 11 parámetros. Luego utilizaron el método de Montecarlo para explorar el campo de esfuerzos inicial y los parámetros de la ley de fricción. En este caso, el problema directo consiste en calcular la velocidad del deslizamiento en el plano de falla obtenido, resolviendo el sistema de ecuaciones velocidades-esfuerzos, de la elastodinámica, mediante un esquema de diferencias finitas de cuarto orden con condiciones de frontera absorbentes. Para la descripción de las propiedades del plano de falla emplearon una elipse, que contiene un círculo (aspereza) en la que inicia la ruptura (Madariaga y Olsen, 2000) y se propaga o se detiene dependiendo de los valores de los esfuerzos cizallantes y la resistencia de la falla, empleando una ley de fricción *slip-weakening*.

La solución en el plano de falla se acopla mediante una convolución con las Funciones de Green, previamente calculadas con el método de Número de Onda Discreto, empleando el código AXITRA (Coutan, 1990; Bouchon, 1991). En dicha inversión, se observa que las distribuciones del deslizamiento y de la velocidad del deslizamiento, obtenidas mediante el modelo de barreras y el modelo de asperezas, son similares.

II. Panorama en México

En el territorio mexicano, Astiz, Kanamori y Eissler (1987) determinaron para el sismo de Michoacán de 1985 ($M_w=8.1$), dos replicas ($M_s=7.5$; $M_s=7.0$) y el sismo de Playa Azul de 1981 ($M_w=7.3$); el mecanismo focal, la profundidad y la función temporal de la fuente. Para esto emplearon una aproximación con trazado de rayos descrita por Langston y Helmberger (1975). En 1988 Singh, Mena y Castro, a partir del análisis de los registros de movimientos fuertes, mostraron que en la zona del lago en la Ciudad de México ocurre una amplificación de 8 a 50 veces con respecto a Ciudad Universitaria, siendo $f_0 = \beta/4H$ la frecuencia en la

que se tiene la máxima amplificación relativa, donde β es la velocidad de la onda **S** y H el espesor de la capa de arcilla.

En 1991 Vidal y Munguia estimaron la magnitud local y los parámetros de la fuente de 81 eventos, localizados en la Península de Baja California. La magnitud fue estimada con la amplitud máxima, combinada con una ley de atenuación, propuesta por Richter (1958), para el sur de California, mientras los parámetros de la fuente fueron determinados a partir del análisis espectral basado en el modelo propuesto por Brune (1970,1971). En 1994 Humphrey Jr y Anderson determinaron el momento sísmico y la frecuencia de esquina para 82 sismos, de magnitudes M_w entre 3 y 7, con registros de movimientos fuertes en la zona de Guerrero. En el mismo año Mendoza realizó un modelado cinemático de la fuente sísmica en una falla finita para tres eventos: el sismo de Ungava de 1989 ($M_s=6.3$), el sismo de Chile de 1985 y el sismo de Petatlan de 1979 ($M_s=7.6$). Para ello se aplicó un método lineal de inversión de las ondas **P** y **SH**, registradas a distancias telesísmicas, para inferir la distribución del desplazamiento cosísmico sobre el plano de falla. El método utiliza “ventanas de tiempo” que permiten extraer la duración del desplazamiento en cada punto de la falla y así obtener una representación completa de la historia temporal de la ruptura.

En 1997 Courboux, Santoyo, Pacheco y Singh llevaron a cabo un análisis de las características de la fuente para el sismo de Copala 1995 ($M_w=7.3$). Para dicho evento emplearon registros locales, regionales y telesísmicos, usando la técnica de las Funciones de Green empíricas (EGF). De esta manera, valiéndose de los registros de una réplica, ellos usaron las EGF para deconvolucionar el registro de las ondas superficiales del evento principal, obteniendo una función temporal de la fuente de campo lejano en cada estación. Además, analizando los acelerogramas de campo cercano, llevaron a cabo una inversión lineal que utiliza ventanas de tiempo para obtener la distribución del deslizamiento, en el plano de falla, y una estimación de la función temporal de la fuente.

En 2001 Hernández et al., estimaron la historia de la ruptura, la distribución del deslizamiento y el *rise time*, para el sismo de Oaxaca ocurrido en 1999 ($M_w=7.5$). Para esto invirtieron los registros de movimientos fuertes de fuente cercana. Por otro lado, en 2002, Iglesias et al., realizaron un estudio del sismo de Copalillo de 2000 ($M_w=5.9$) en el que se incluyó una inversión en el dominio de la frecuencia para obtener el deslizamiento, *rise time* y velocidad de ruptura, usando como algoritmo de optimización global el método de cristalización simulada, con registros de fuente cercana en desplazamiento, filtrados entre 0.1 y 0.5 Hz.

En 2004 Yagi y otros, estimaron para el sismo de Tecomán, Colima 2003 ($M_w=7.8$) la distribución espacial y temporal de la distribución de deslizamiento, el mecanismo focal y el momento sísmico, a partir de registros de movimientos fuertes de fuente cercana, con ondas de cuerpo telesísmicas, para lo cual utilizaron un método estándar de inversión de la forma de onda, (Harzell y Heaton, 1993; Yoshida, 1992).

Aproximación a la investigación.

En este trabajo se desarrolló un método de optimización global que permite realizar la inversión de la dinámica de los parámetros de la fuente sísmica. El método está basado en un algoritmo genético (Holland, 1975), implementado en paralelo, usando MPI (Message Passing Interface) para su ejecución en plataformas de supercómputo. Para resolver el problema directo se emplean algunos parches elípticos, usando el modelo de Barreras y/o el modelo de Asperezas. La dinámica de la ruptura es simulada empleando el método SGSN, Staggered-Grid Split-Node, (Dalgner y Day, 2007) que simula la ruptura espontánea, con un esquema velocidad-esfuerzos tridimensional, en diferencias finitas, controlada por una ley de fricción *slip-weakening* (Ida, 1972; Palmer y Rice, 1977) calculado en un cubo tridimensional alrededor del plano de falla. La solución en el plano de falla es acoplada con *kernels* de propagación calculados con el método DWN. Así, los sismogramas sintéticos son generados por el problema directo a través de la convolución de la cinemática de la ruptura, arrojada por el modelo dinámico, y las Funciones de Green entre cada elemento de la fuente y los receptores localizados en la superficie libre. Para determinar el desajuste entre los sismogramas sintéticos y los reales, se utiliza la semblanza y un segundo término relacionado con el desfase temporal de las dos señales. Los parámetros que explora el método de inversión son la geometría y la localización de las elipses, la caída de esfuerzos dinámicos, la resistencia máxima de la ruptura, y el deslizamiento crítico de la ley de fricción sobre el plano de falla. Para restringir la inversión, estos parámetros están ligados a través de un criterio de criticalidad de la ruptura espontánea (Madariaga y Olsen, PAGEOPH, 2000).

Una vez implementado el problema directo se llevaron a cabo dos pruebas: en primer lugar, se generaron sismogramas en superficie, restringiendo la ruptura a la zona de la nucleación, para diferentes mecanismos focales; estos sismogramas fueron comparados con los sismogramas obtenidos empleando el método (DWN). Para ambos casos se usó el modelo

de velocidades de Campillo et al., 1996; utilizando como receptores las estaciones del servicio sismológico ARIG, CAIG, MEIG, PLIG, TLIG, YAIG, por ser éstas las que posteriormente se emplearían para realizar las inversiones. En segundo lugar, se compararon sismogramas en superficie, para esto se empleó el código en diferencias finitas (SGSN), en un medio homogéneo con un fallamiento lateral- derecho y para un fallamiento normal.

Una vez verificado el correcto funcionamiento del algoritmo numérico, que calcula el problema directo; se realiza una inversión sintética en la que se implementan un criterio basado en la diferencia entre los sismogramas reales y sintéticos, con el fin de seleccionar un conjunto de modelos representativos que permita explicar los datos. Finalmente se realiza la inversión del sismo del día 10 de Diciembre de 2011, ocurrido a las 19:47:25 -hora local-: dicho evento, con magnitud ($M_w=6.5$), presentó un fallamiento de tipo normal con epicentro ubicado a 55 km al NW de la ciudad de Chilpancingo, Guerrero. Las coordenadas reportadas por el SSN fueron 17.851 N y 99.928 W con una profundidad de 62.6 Km.

2. INVERSIÓN DE LA DINÁMICA DE LA FUENTE SÍSMICA.

En los últimos años, la inversión de sismogramas se está convirtiendo en una herramienta poderosa para estudiar la dinámica de la fuente sísmica. Esto responde especialmente al desarrollo de modelos físico-matemáticos que, bajo consideraciones razonables, permiten reproducir notablemente bien los registros de movimientos fuertes en campo cercano. Sin embargo, debido al cálculo intensivo que requieren los modelos dinámicos de fuente, la inversión de las observaciones exige estrategias de optimización computacional importantes, mismas que se detallan en las siguientes secciones.

2.1. Método para el Modelado Inverso de la Fuente

La dinámica de la ruptura es un problema altamente no-lineal que por lo tanto requiere, para el modelado de un sismo específico, de una inversión global y heurística. En este trabajo se desarrolló un algoritmo genético para el modelado inverso de la dinámica de la fuente sísmica. Inicialmente, el algoritmo genera aleatoriamente un conjunto de individuos, donde cada individuo contiene los parámetros de los que depende el problema directo. Para cada individuo se resuelve el problema directo (i.e. las ecuaciones elastodinámicas acopladas con una ley constitutiva de fricción sobre la falla), con el fin de simular la propagación espontánea de la ruptura y de las ondas sísmicas. El desajuste entre los sismogramas teóricos y los observados es empleado para llevar a cabo el proceso iterativo de selección, cruce y mutación de la población. Así, el modelado inverso de un sismo se realiza en tres etapas: 1) una primera inversión en la que se explora el espacio de soluciones con rangos de variación amplios para los parámetros, 2) una segunda inversión con rangos de variación pequeños entorno a los valores del mejor modelo arrojado por la primera inversión, y 3) un análisis estadístico de los resultados finales para seleccionar un conjunto de modelos de fuente representativo del sismo estudiado. A continuación se detalla, de forma separada, en qué consisten tanto el problema directo como el algoritmo genético desarrollados en este trabajo.

2.2. Problema Directo.

El problema directo consiste en la generación de sismogramas sintéticos a partir de la ruptura espontánea (i.e. dinámica) de la fuente sísmica. Para ello se acoplan dos métodos independientes, uno que simula la dinámica de la fuente sísmica y otro que propaga las

ondas desde la fuente hasta los receptores. Para simular la dinámica de la fuente se emplean el método en diferencias finitas SGSN (Dalguer y Day, 2007; Olsen et al., 2006) que incluye fronteras absorbentes *perfectly matches layers* (PML) (Marcinkovich y Olsen, 2003). Se rodea el plano de falla con un cubo rectangular de dimensiones moderadas en el que la ruptura está controlada por la ley constitutiva de fricción *slip-weakening* (Ida, 1976; Palmer y Rice, 1977). Resultado de la ruptura dinámica de la fuente obtenemos la evolución temporal del deslizamiento en el plano de falla. Esta historia se convoluciona entonces con las Funciones de Green entre la fuente y los receptores generadas usando el método DWN (Bouchon, 1981) para un medio de propagación de capas planas. Dicha convolución está dada por un teorema de representación del campo de desplazamiento (Aki y Richards, 2002) en el que se realiza la combinación lineal de las Funciones de Green pesadas con las componentes del tensor de momento asociadas al mecanismo focal de la fuente. Así, la solución en el plano de falla producida por su ruptura espontánea es propagada grandes distancias de manera eficiente hasta las estaciones sismológicas. En las siguientes secciones se explica con cierto detalle cada uno de los modelos y métodos que componen al problema directo.

2.2.1. Modelo de Fuente Dinámica

Diferentes estudios del proceso de ruptura han evidenciado el papel fundamental que desempeña la fricción en la propagación de la ruptura dinámica y la relajación de los esfuerzos durante un sismo. (Wald y Heaton, 1994; Cohee y Beroza, 1994; Cotton y Campillo, 1995; Beroza y Mikumo, 1996; Ide y Takeo, 1997). Una importante consideración en la dinámica de la fuente sísmica consiste en asumir que la tracción a través del plano de falla se relaciona con el deslizamiento en cualquier punto, mediante una ley de fricción. De esta manera los experimentos de laboratorio analizados por (Dieterich, 1978; 1979) y Ruina (1983), los llevaron a proponer modelos de *rate and state-dependent friction*; por otra parte (Ohnaka and Kuwahara, 1990); (Ohnaka, 1996) realizaron experimentos que se ajustan a la ley de fricción *slip- weakening*.

Para el caso de nuestro Problema Directo, tenemos que, la ruptura dinámica es modelada a través de una ley *slip-weakening*, en la que la tracción cisallante en la falla cae a medida que el deslizamiento aumenta. Es razonable pensar que a medida que aumenta el deslizamiento ocurre una disminución de la fricción, debida a la abrasión progresiva de las asperezas, existentes en la superficie de contacto, pues en ningún sistema físico es posible pasar de

fricción estática a fricción dinámica de forma instantánea. Tenemos que la ley de fricción viene dada por la expresión (Ida, 1972; Palmer y Rice, 1973):

Referencia: Palmer, A., and J. R. Rice, 1973, The grow of slip surfaces in the progressive failure of overconsolidated clay: Proceedings of the Royal Society of London, seriesA, 332, 527–548.

$$\tau_s = \tau_s - \frac{(\tau_s - \tau_d)s}{D_c}, \quad s < D_c \quad (1)$$

$$\tau_s = \tau_d \quad s \geq D_c \quad (2)$$

Donde τ_s es la resistencia estática de la falla dada por $\tau_s = \sigma_n \mu_s$, siendo σ_n la tracción normal, μ_s el coeficiente de fricción estático y τ_d la resistencia dinámica de la falla, dada por $\tau_d = \sigma_n \mu_d$, con μ_d el coeficiente de fricción dinámico. D_c es uno de los parámetros clave en los modelos de fricción conocido como *slip-weakening distance*.

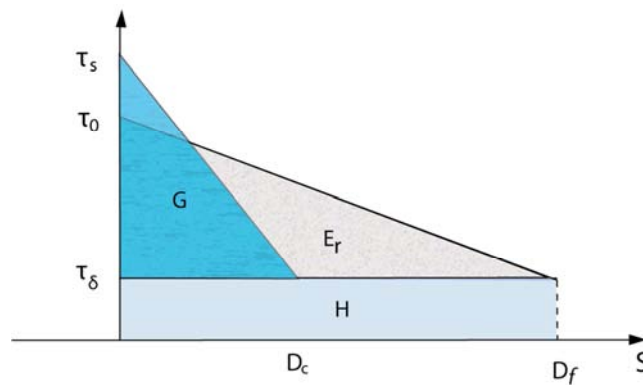


Figura 1. Distribución de la Energía.

Tenemos que un sismo se puede ver como un proceso de liberación de energía en una superficie. Durante este proceso, ocurre un cambio en la energía potencial del sistema dado por:

$$\Delta E = \frac{(\tau_0 + \tau_d) D_f}{2} S, \quad (3)$$

Mientras que la energía absorbida irreversiblemente, llamada energía de fracturación, se expresa como:

$$G = \frac{(\tau_s - \tau_d) D_c}{2} S \quad (4)$$

En el caso de la ley de fricción que estamos asumiendo, G se interpreta como el trabajo realizado por las fuerzas de cohesión durante la caída de esfuerzos. La caída de esfuerzos dinámica $\Delta\tau = \tau_0 - \tau_d$, es el esfuerzo responsable de dicha ruptura. En este contexto D_c es el deslizamiento requerido para que se lleve a cabo la caída de esfuerzos; éste permite identificar la zona de cohesión, es decir, la región donde ocurre la liberación de la energía.

Esta liberación de energía es igual al cambio de la energía ΔE menos la energía residual $E_H = \tau_d D_f S$. De esta forma, si se asume que las demás formas de pérdida de energía son despreciables, podemos calcular la energía radiada en forma de ondas elásticas, como:

$$E_R = \Delta E - E_H - G \quad (5)$$

El cociente

$$\eta_R = \frac{E_R}{E_R + G} \quad (6)$$

Este cociente es conocido como *Eficiencia Radiativa* y es considerado un parámetro clave en la determinación del carácter dinámico de un sismo (Husseini, 1977). Si $\eta_R \approx 1$ quiere decir que la energía se libera principalmente en forma de ondas, mientras que si $\eta_R \ll 1$ la energía se libera principalmente en la propagación del crack. Un desarrollo más detallado del balance energético de la ruptura se presenta más adelante, en la Sección 3.3.

La heterogeneidad de la distribución del deslizamiento en el plano de falla ha sido interpretada en términos de *Barreras* –áreas donde no ocurre deslizamiento- y *Asperidades* –zonas donde ocurren grandes deslizamientos-. Debido a que no se pretende hacer una descripción detallada, se asume una distribución del esfuerzo cizallante inicial homogéneo, en toda la falla, y un esfuerzo normal inicial homogéneo, dentro de uno o más parches elípticos, en los que se puede propagar la ruptura e infinito fuera de éstos parches –Modelo de Barrera-. Cada parche elíptico se describe mediante 5 parámetros, dos para los semiejes principales, dos para la coordenada del centro de la elipse con respecto al hipocentro (centro de la nucleación) y el ángulo de inclinación con respecto al eje principal.

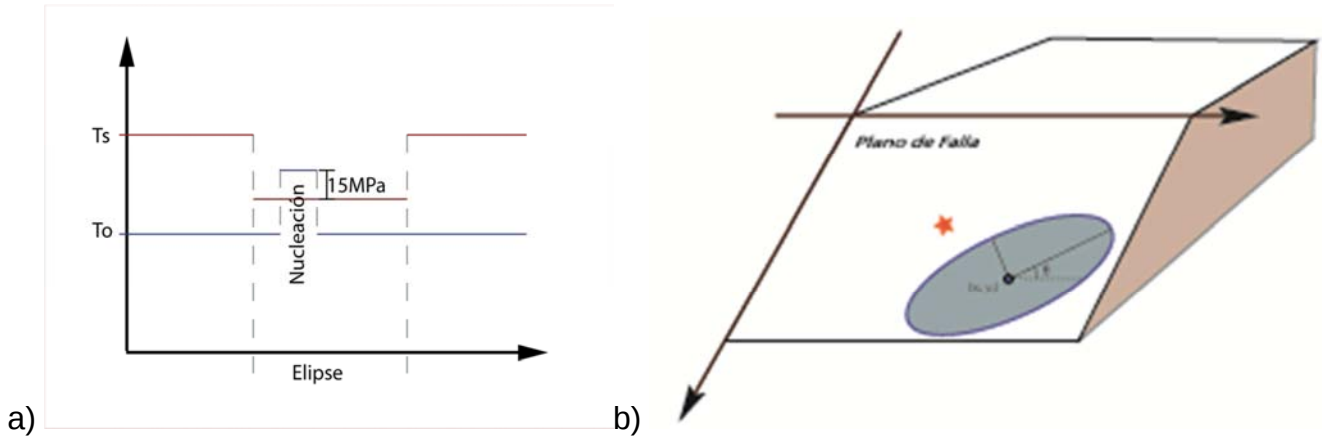


Figura 2. a) Modelo de Barreras b) Parámetros geométricos.

Para iniciar la ruptura se usa una zona circular llamada *Zona de Nucleación*, propuesta por Madariaga y Olsen (2000). Dicha zona se encuentra en el hipocentro incluido en alguna de las asperezas; en ella, el esfuerzo cizallante inicial supera a la resistencia en la falla, y se propaga o detiene en la aspereza espontáneamente, dependiendo el valor de los esfuerzos y la ley de fricción. En el mismo artículo los autores proponen el parámetro κ que a *grosso modo* se puede entender como un cociente entre la energía elástica disponible y la tasa de energía liberada. Si empleamos el parámetro S , definido por Das y Aki (1977) como:

$$S = \frac{\tau_s - \tau_0}{\tau_0 - \tau_d} \quad (7)$$

considerada una medida de la resistencia de la falla relativa a la caída de esfuerzos, puede expresarse κ , así:

$$\kappa = \frac{\Delta\tau}{\mu(S+1)} \frac{L}{D_c} \quad (8)$$

siendo μ , el módulo de cortante y L la longitud característica del evento, que siguiendo a Ruíz y Madariaga (2011) tomamos como el semieje menor de los de las elipses.

2.2.2. Diferencias finitas

En un medio sólido continuo, elástico, homogéneo e isótropo la ecuación que rige la propagación de las ondas, se puede escribir de la siguiente forma, (Aki y Richards, 1980),

$$\mu \nabla^2 \vec{u} + (\lambda + \mu) \nabla(\nabla \cdot \vec{u}) = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (9)$$

Donde $\vec{u} = (u, v, w)$ es un vector que representa el desplazamiento en las tres direcciones del espacio x, y, z , respectivamente, y t es el tiempo. Por otro lado, λ y μ son los denominados parámetros de *Lamé* que caracterizan al medio, junto con ρ que representa la densidad. Ésta ecuación se puede escribir de la siguiente forma:

$$(\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \vec{u}) + \mu \nabla \times (\nabla \times \vec{u}) = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (10)$$

Escrita de esta manera podemos dividirla fácilmente en dos partes, primero suponemos que el desplazamiento se produce sin cambio de volumen, de manera que su divergencia es cero, quedando:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{u}) = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (11)$$

Donde $\beta = \sqrt{\mu/\rho}$, es la velocidad con que se desplazan las ondas cortantes, denominadas ondas **S**, también llamadas *Ondas Secundarias o de Cizalla*. Para este caso el vector desplazamiento es normal a la dirección de propagación.

Por otro lado, si consideramos un movimiento producido sin rotación de las partículas, de forma que el rotacional se anula, se obtiene:

$$\nabla^2 \vec{u} = \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (12)$$

Donde $\alpha = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, es la velocidad de propagación de las ondas *Compresionales o Irrotacionales*. Denominadas también ondas **P**, la velocidad de estas ondas es mayor que la de las ondas **S**, por lo que se suelen denominar primarias y su campo de desplazamiento es paralelo a la dirección de propagación de la onda.

Por otro lado tenemos la ley de Hooke, que relaciona el tensor de esfuerzos y el tensor de deformaciones para un material linealmente elástico. Para un medio isótropo podemos escribir en términos de las constantes de Lamé,

$$\sigma_{ij} = \lambda e_{kk} \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \quad (13)$$

A partir de ésto podemos desarrollar la ecuación (9) con el fin de obtener una representación en velocidades-esfuerzos de primer orden del sistema de ecuaciones (Madariaga, 1976), que en coordenadas cartesianas, y en ausencia de fuerzas externas, se puede expresar como:

$$\frac{\partial \dot{u}_x}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial \dot{u}_y}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} + \lambda \left(\frac{\partial \dot{u}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial y} + \lambda \left(\frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} \right)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} + \lambda \left(\frac{\partial \dot{u}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial \dot{u}_x}{\partial y} + \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial \dot{u}_x}{\partial z} + \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial y} + \frac{\partial \dot{u}_y}{\partial z} \right)$$

De esta forma contamos con un sistema de ecuaciones hiperbólicas que nos permite modelar la dinámica de la ruptura.

En el estudio de la dinámica de la ruptura de la fuente sísmica, es fundamental contar con métodos numéricos precisos y robustos para modelar la propagación de las ondas. Por ello se han explorado diferentes métodos para solucionar este sistema de ecuaciones, a saber, *Elementos Finitos*, *Elementos Espectrales*, *Ecuaciones Integrales* y *Diferencias Finitas*.

El método de ecuaciones integrales (BIE), inicialmente empleado en 2D por Das y Aki (1977a,b), y posteriormente extendido a 3D por Das (1980,1981) y mejorado por Andrews (1985), ha sido usado ampliamente junto al método de diferencias finitas, introducido por Madariaga (1976) y Andrews (1976 a,b) y desarrollado por diferentes autores (i.e. Day, 1982 a,b; Mikumo *et al.*, 1987; Harris y Day, 1993; Olsen *et al.*, 1997; Madariaga *et al.*, 1998; Cruz-Atienza y Virieux, 2004). Éste método ha demostrado ser eficiente para medios heterogéneos. Respecto a éste se pueden encontrar en la literatura diferentes implementaciones, entre ellas el método “*Staggered Grid*” (Madariaga, 1976; Virieux, 1986), que se caracteriza, entre otras cosas, por una baja dispersión numérica. Olsen *et al.* (1995 a) y Olsen y Archuleta (1996) demostraron la eficiencia de la formulación de cuarto orden del sistema de ecuaciones diferenciales.

En este trabajo empleamos el método en diferencias finitas “*Staggered Grid*” con el modelo de fuente dinámica SGSN (Dalgue y Day, 2007), del que la geometría de su discretización mostramos a continuación

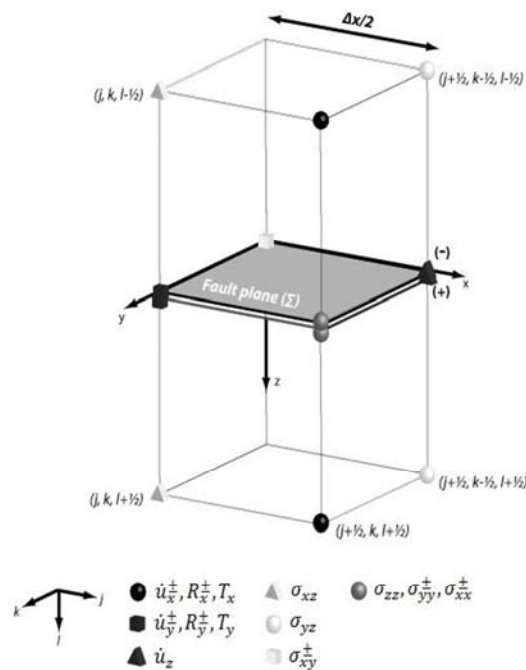


Figura 2. Geometría Staggered-grid Split-node

El plano de falla se debe ubicar perpendicular a uno de los ejes cartesianos. Tenemos que si se ubica como en la figura (2) perpendicular al eje z , los puntos de la malla para $v_x = \dot{u}_x$,

estarán dados por la tripleta (j, k, l) , siendo l_0 el índice que corresponde al plano de falla, mientras que, para las otras componentes de la velocidad y los esfuerzos, se ubican en al menos una dirección en puntos intermedios. Es de notar que, de los nueve componentes de la velocidad y los esfuerzos, seis se encuentran en el plano de falla: las velocidades tangenciales $(\dot{u}_x, \dot{u}_y)$, y las componentes $(\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz})$; de los cuales, a excepción de σ_{zz} , son discontinuos a través del plano de falla cuando ocurre deslizamiento. Con el fin de ajustar estas discontinuidades, al aparecer deslizamiento, estos campos son separados en dos, cada uno de un lado del plano de falla $(\sigma_{xx}^{\pm}, \sigma_{xy}^{\pm}, \sigma_{yy}^{\pm}, \dot{u}_x^{\pm}, \dot{u}_y^{\pm})$.

Para solucionar el sistema de ecuaciones, se emplea una aproximación de las derivadas temporales, con un esquema de diferencias centradas de segundo orden

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}(t) \approx \frac{1}{\Delta t} \left[\vec{u}\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) - \vec{u}\left(t - \frac{\Delta t}{2}\right) \right], \quad (14)$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial t}(t - \frac{\Delta t}{2}) \approx \frac{1}{\Delta t} [\bar{\sigma}(t) - \bar{\sigma}(t - \Delta t)] \quad (15)$$

Se emplea un esquema de cuarto orden, para las derivadas espaciales con respecto a x, y en todo el volumen, de igual forma que para las derivadas con respecto a z , para los puntos que se encuentran a distancia mayor a $2\Delta x$ del plano de falla. La aproximación empleada para la derivada espacial con respecto a z , para estos nodos, siendo φ una componente del esfuerzo o de la velocidad viene dada por:

$$(\partial_z \varphi)_{j,k,l} \approx \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{9}{8} (\varphi_{j,k,l+1/2} - \varphi_{j,k,l-1/2}) - \frac{1}{24} (\varphi_{j,k,l+3/2} - \varphi_{j,k,l-3/2}) \right] \quad (16)$$

Para los nodos a una distancia de $3\Delta x/2$ del plano de falla, la derivada espacial con respecto a z , para cada lado del plano de falla, es:

$$(\partial_z \varphi)_{j,k,l_0+3/2} \approx \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{9}{8} (\varphi_{j,k,l+1/2} - \varphi_{j,k,l-1/2}) - \frac{1}{24} (\varphi_{j,k,l+3/2} - \varphi_{j,k}^+ \varphi_{j,k}) \right] \quad (17)$$

$$(\partial_z \varphi)_{j,k,l_0-3/2} \approx \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{9}{8} (\varphi_{j,k,l+1/2} - \varphi_{j,k,l-1/2}) - \frac{1}{24} (\varphi_{j,k}^- - \varphi_{j,k,l-3/2}) \right] \quad (18)$$

Para los nodos a una distancia de Δx del plano de falla, tenemos que, la derivada espacial con respecto a z es

$$(\partial_z \varphi)_{j,k,l} \approx \frac{1}{\Delta x} (\varphi_{j,k,l+1/2} - \varphi_{j,k,l-1/2}) \quad (19)$$

Para los nodos a una distancia de $\Delta x/2$ del plano de falla, la derivada espacial con respecto a z , para cada lado del plano de falla, viene dada por:

$$(\partial_z \varphi)_{j,k,l_0+1/2} \approx \frac{1}{\Delta x} (\varphi_{j,k,l+1/2} - \varphi_{j,k}^+) \quad (20)$$

$$(\partial_z \varphi)_{j,k,l_0-1/2} \approx \frac{1}{\Delta x} (\varphi_{j,k}^- - \varphi_{j,k,l-1/2})$$

Las componentes de la velocidad de deslizamientos $\dot{s}_v, v = x, y$, pueden ser expresadas por:

$$\dot{s}_v(t + \Delta t/2) = \dot{u}_v^+(t + \Delta t/2) - \dot{u}_v^-(t + \Delta t/2) \quad (21)$$

De donde las componentes del deslizamiento,

$$s_v(t + \Delta t) = s_v(t) + \dot{s}_v(t + \Delta t/2) \quad (22)$$

La condición de estabilidad y dispersión del esquema tridimensional, de cuarto orden en el espacio y segundo orden en el tiempo, fue estudiada por Moczo *et al.* (2000), encontrando la siguiente condición de estabilidad:

$$v_{\max} \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{6}{7\sqrt{3}} \approx 0.5 \quad (23)$$

Además Moczo encontró que la velocidad de fase de la onda S difiere menos de 1% y 0.5%, teniendo 5 y 6 nodos espaciales por longitud de onda respectivamente; mientras que para la velocidad de grupo, la diferencia es de 5% y 2.5%, por lo que el autor recomienda usar 6 nodos por longitud de onda, aunque para efectos prácticos con 5 es suficiente.

2.2.3. Método de Número de Onda Discreto

El método de *Número de Onda Discreto* fue introducido por Bouchon y Aki (1977). En éste los autores en mención proponen, con el fin de calcular las funciones de Green en el dominio de la frecuencia, una distribución espacial periódica de fuentes para discretizar el campo de onda radiado.

Si consideramos el caso bi-dimensional, el patrón de radiación de una fuente lineal en un medio homogéneo infinito, se puede representar como una onda cilíndrica, o de forma equivalente, como una superposición de ondas planas. Si denotamos x y z , a los ejes horizontal y vertical, perpendiculares a la fuente lineal, cualquier campo puede ser escrito como:

$$F(x, z; w) = e^{i\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} f(k, z) e^{-ikx} dk \quad (24)$$

Donde w es la frecuencia y k el número de onda horizontal. Si el medio es finito o verticalmente heterogéneo, el *kernel* de la integral tiene polos y singularidades, de forma que la integración sobre el número de onda se hace complicada. Una solución es reemplazar éste por un problema de varias fuentes puntuales distribuidas periódicamente en intervalos de longitud L , en la horizontal, así obtenemos:

$$G(x, z; w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(k, z) e^{-ikx} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{ikmL} dk \quad (25)$$

Si la serie converge, se puede aproximar por una suma finita:

$$G(x, z; w) = \frac{2\pi}{L} \sum_{n=-N}^N f(k_n, z) e^{-ik_n x}, \quad k_n = \frac{2\pi}{L} n. \quad (26)$$

En seguida, se calcula la transformada de Fourier de G

$$g(x, z; t) = \int_{-\infty + iw_l}^{\infty + iw_l} G(x, z; w) e^{i\omega t} dw \quad (27)$$

Donde w_l denota la parte imaginaria de la frecuencia que es constante y elegida de forma que $e^{w_l T} \ll 1$, para incluir la atenuación. La solución $f(x, z; t)$ en el dominio del tiempo

$$f(x, z; t) = e^{-w_l t} \int_{-\infty}^{\infty} G(x, z; w) e^{iw_R t} dw_R \quad (28)$$

En la que la integral se calcula usando FFT. Aunque los resultados no deberían ser sensibles a un valor en particular de w_l , el autor recomienda tomar valores en el intervalo:

$$w_l = \left[-\frac{\pi}{T}, -\frac{2\pi}{T} \right] \quad (29)$$

Para garantizar que las señales que no pertenecen a la ventana de tiempo en consideración tengan un aporte despreciable.

2.2.4. Sismogramas Sintéticos

Un concepto fundamental en la modelación de la forma de onda, es la separación de los efectos de la fuente y los efectos de la propagación en el medio. Como punto de partida sabemos que cualquier fuente puede ser representada por una combinación de fuerzas puntuales, que a su vez, generalmente, se representan por medio del tensor de momento m_{ij} , donde m_{xx}, m_{yy} y m_{zz} representan tres dipolos orientados a lo largo de los ejes

cartesianos, mientras $m_{xy} = m_{yx}$, $m_{xz} = m_{zx}$, y $m_{yz} = m_{zy}$ son conocidos como pares de fuerzas. Si denotamos (s_x, s_y, s_z) las componentes del vector unitario en la dirección del deslizamiento y las componentes del vector unitario normal (n_x, n_y, n_z) , al plano de falla, las componentes del tensor de momentos vienen dadas por:

$$m_{ij} = -\mu \text{slip}(t) \Delta S (s_i n_j + s_j n_i) \quad (30)$$

Siendo ΔS la superficie de la falla en la que ocurre el deslizamiento. Para obtener los sismogramas sintéticos, escribimos cualquier componente del deslizamiento así:

$$u_n(\vec{x}, t) = s(t) * \sum_{i=1}^5 (m_i \cdot G_{in}(t)), m_1 = m_{xx}, m_2 = m_{yy}, m_3 = m_{xy}, m_4 = m_{xz}, m_5 = m_{yz}. \quad (31)$$

El efecto de la propagación, se representa como una combinación lineal de las Funciones de Green, pesadas con las componentes del tensor de momento (5 asumiendo que no existe componente isotrópica). De esta manera podemos tener el deslizamiento, en un punto del espacio $\vec{x}$, para un tiempo t , para cualquier orientación arbitraria del plano del plano de falla.

En este trabajo se obtiene con el método de *Diferencias Finitas* la velocidad del deslizamiento $\dot{s}(t)$ para cada subfalla en cada tiempo t , llevada al dominio de la frecuencia, en donde se multiplica por la combinación lineal de las Funciones de Green (previamente calculadas en el dominio de la frecuencia) pesadas con las componentes del tensor de momento de la siguiente manera:

$$\dot{u}_n(\vec{x}, w) = \dot{s}(t) \cdot \sum_{i=1}^5 (m_i \cdot G_{in}(w)) \quad (32)$$

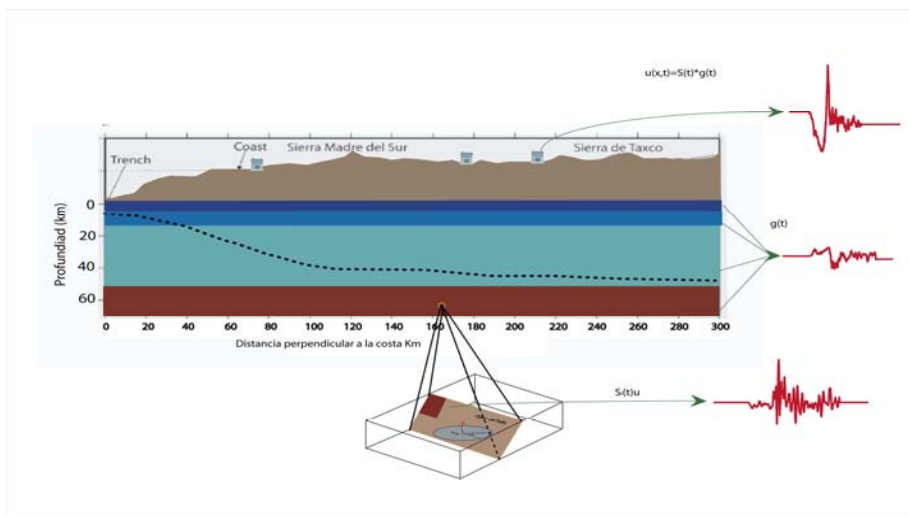


Figura 3. Esquema del Teorema de Representación.

Este resulta ser muy útil, ya que en nuestro caso, con el método de *Diferencias Finitas*, obtenemos la solución en un plano perpendicular a dos ejes cartesianos, por otra parte hacer la convolución nos permite obtener los registros para cualquier orientación del plano de falla. Para garantizar un acoplamiento espacial apropiado hacemos que la tracción cizallante en el plano de falla tenga la orientación del rake del mecanismo focal del sismo a simular; además, al momento de hacer la simulación, el tener pre-calculadas las Funciones de Green, nos permite una disminución considerable del tiempo de cálculo.

2.2.5. Verificación del Problema Directo

Con el fin de verificar la correcta implementación del problema directo, se llevaron a cabo dos pruebas.

Inicialmente con el fin de verificar el patrón de radiación y la forma de onda de los sismogramas sintéticos, se realizó una comparación con sismogramas en velocidad generados con DWN, que usa un modelo de ruptura cinemático para una fuente puntual. En este caso, para simular la fuente puntual, se restringió la propagación a la zona de nucleación, ubicada en el centro del plano de falla, con un radio 1.5 Km. Para la prueba se empleó el modelo de velocidades propuesto por Campillo (1996), para el estado de Guerrero

Espesor (Km)	V_p (Km/s)	V_s (Km/s)	Densidad(Kg/m ³)
5	5.37	3.10	2.49
12	5.72	3.30	2.60
28	6.58	3.80	2.88
50	8.14	4.70	3.38

Tabla1. Modelo de velocidades Campillo (1996)

Además se utilizaron las coordenadas del hipocentro del sismo de Zumpango (Mw 6.5) 17.841° latitud, -99.928° longitud y 62.6 Km de profundidad, para las siguientes seis estaciones, del Servicio Sismológico Nacional.

Nombre	Latitud (°)	Longitud (°)
ARIG	18.280	-100.347
CAIG	17.049	-100.268
MEIG	17.925	-99.619
PLIG	18.392	-99.502

TLIG	17.562	-98.566
YAIG	18.863	-99.066

Tabla 2. Coordenadas estaciones

La prueba se realizó para diferentes mecanismos focales, obteniendo resultados similares,. En la siguiente figura se muestran los correspondientes al mecanismo del sismo de Zumpango (strike:290°, dip:39°, rake:-84°), por ser el que posteriormente se empleara para la inversión:

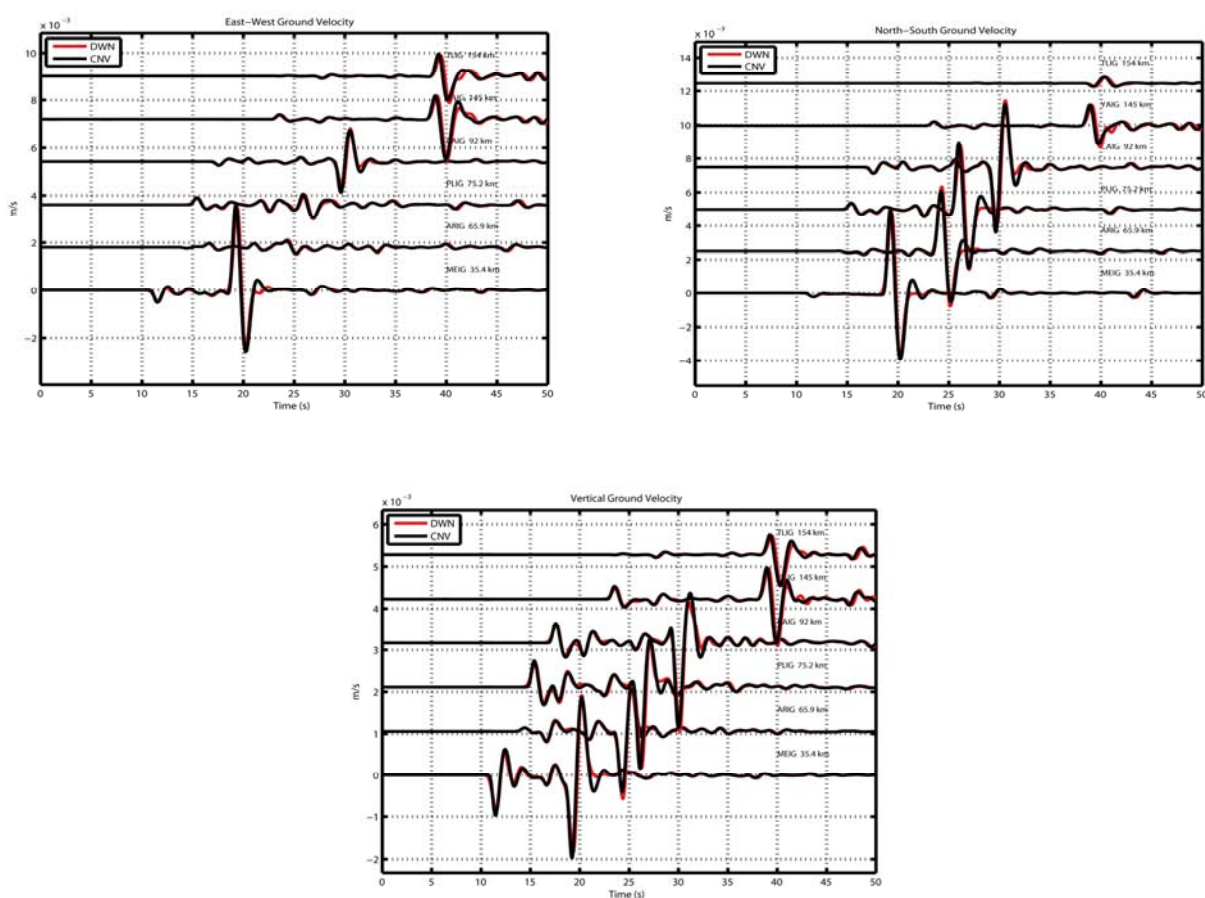


Figura 4. Comparación sismogramas en velocidad obtenidos con DWN y con el problema directo implementado en este trabajo (CNV)

En particular para este mecanismo, se realizó la prueba para el segundo plano reportado (strike:102°, dip:51°, rake:-95°), obteniendo el mismo resultado.

Con estas comparaciones verificamos que el patrón de radiación y la forma de onda son correctos, es decir, la forma en que se realiza la convolución de la solución en la fuente con las Funciones de Green es la apropiada.

Asimismo, para verificar el funcionamiento para una fuente finita, se llevó a cabo la comparación con sismogramas en velocidad, con duración de 90 segundos y paso de tiempo de 0.5 segundos, generados con el código SGSN en *Diferencias Finitas*; para una falla vertical, en un medio homogéneo, con el hipocentro en las posiciones $\vec{r}_1 = (9.9, 28.2) \text{ Km}$ y $\vec{r}_2 = (50, 10) \text{ Km}$, la simulación se realizó empleando los parámetros de la tercera versión del *Southern California Earthquake Center Benchmark* (Harris y otros, 2004),

Parámetro	Nucleación	Elipse	Fuera Elipse
Esfuerzo cortante inicial MPa	81.6	70.0	70.0
Esfuerzo normal inicial MPa	120.0	120.0	240.0
Coeficiente estático de fricción	0.677	0.677	0.677
Coeficiente dinámico de fricción	0.525	0.525	0.525
Slip weakening distance (m)	0.4	0.4	0.4

Tabla 3. Parámetros empleados para la simulación en DF.

En este caso, se permitió la propagación de la ruptura en todo el plano de falla. Con el fin de evitar posibles simetrías del problema, se ubicó la zona de nucleación en dos lugares diferentes y alejados en las dos direcciones del centro del plano de falla

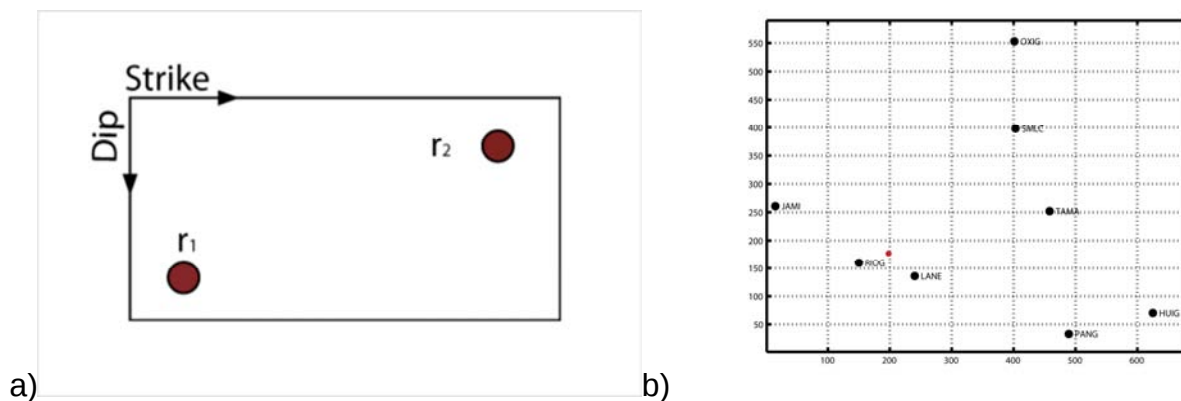


Figura 4.(a) Posiciones nucleación $\vec{r}_1 = (9.9, 28.2) \text{ Km}$ y $\vec{r}_2 = (50, 10) \text{ Km}$. (b) Estaciones empleadas en la simulación el asterisco (*) es el epicentro del punto II.

Se realizaron 4 pruebas, a saber: para cada una de las posiciones $\vec{r}_1$ y $\vec{r}_2$ de la zona de nucleación, se calcularon los registros en velocidad, con una tracción cizallante inicial de 70 MPa en dirección del *strike* (fallamiento lateral derecho), y con la tracción cizallante inicial a lo largo del *dip* (fallamiento inverso). A continuación mostraremos los resultados obtenidos con la nucleación en el punto II, pues los obtenidos para el A son análogos. Inicialmente para el mecanismo lateral derecho, se tiene que:

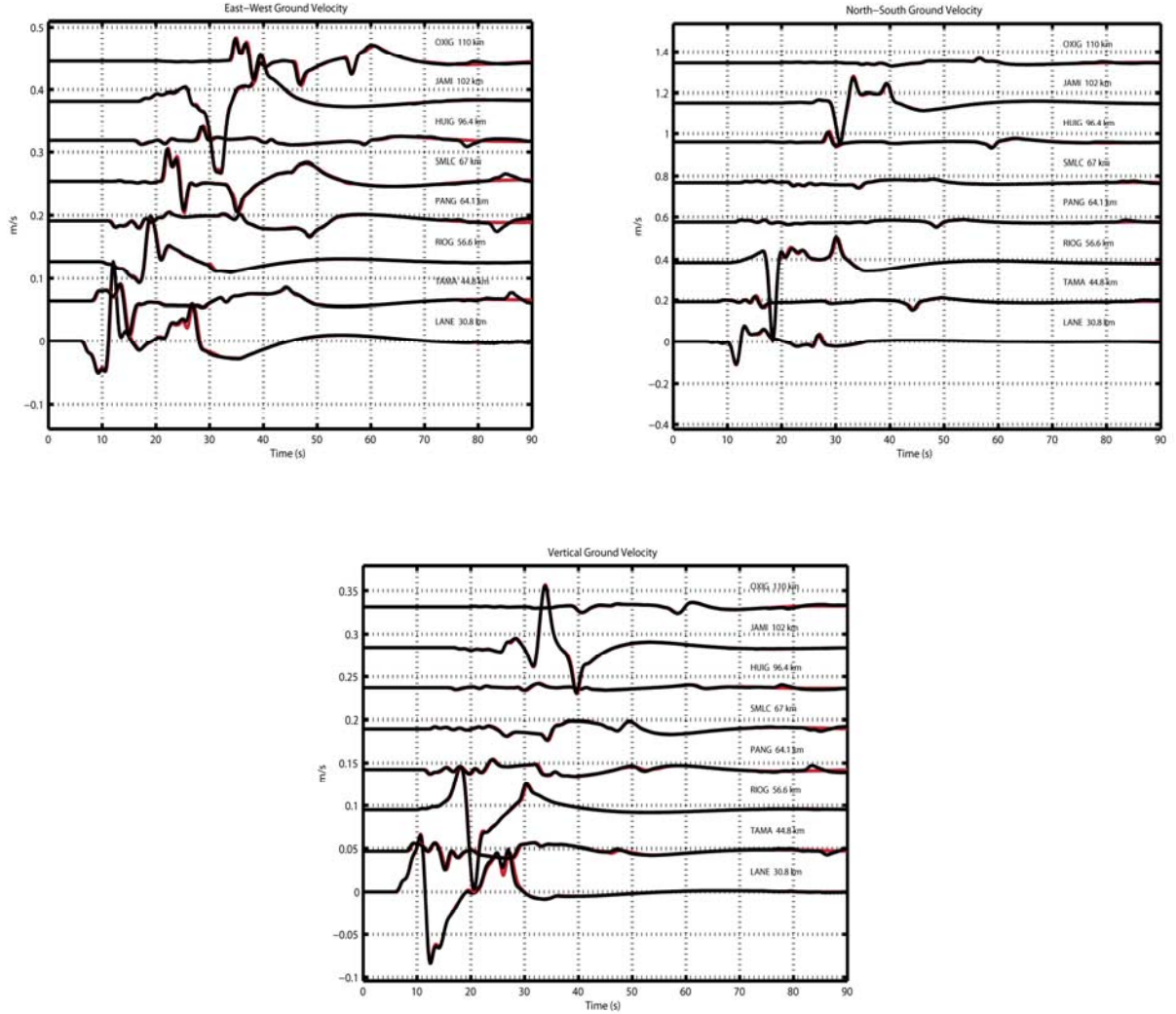


Figura 5. Comparación sismogramas en velocidad generados con el método SGSN (FD) y con el método implementado en este trabajo (CNV) para la nucleación en el punto I y la tracción $\vec{\tau}_0 = (70, 0)$.

En este caso observamos un excelente ajuste entre los sismogramas, a continuación para el fallamiento inverso, tenemos que:

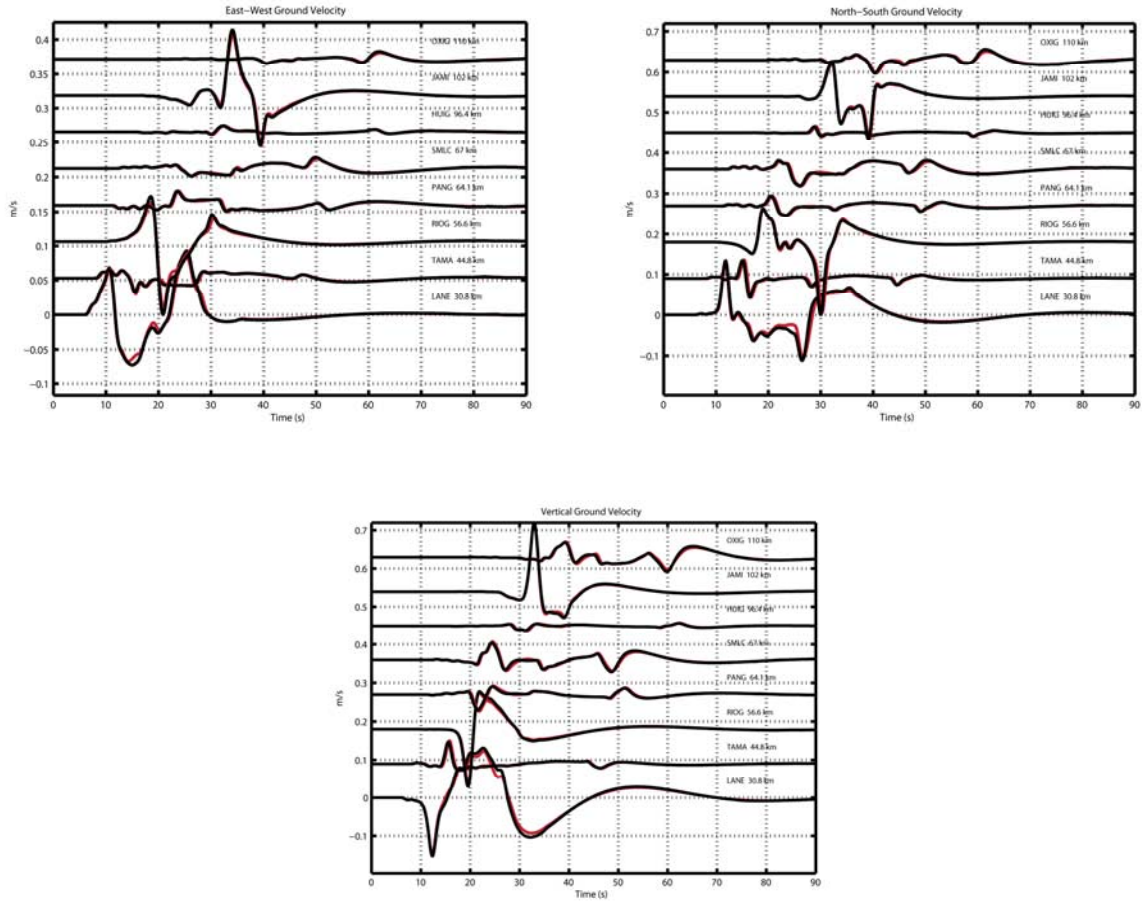


Figura 6. Comparación sismogramas en velocidad generados con el método SGSN (FD) y con el método implementado en este trabajo (CNV) para la nucleación en el punto I y la tracción $\vec{\tau}_0 = (0, -70)$.

En estas figuras, se pueden observar pequeñas diferencias. Esto se debe a que en el código que empleamos para calcular la solución en el plano de falla, el volumen no se encuentra completamente rodeado por las PML, falta la cara superior del cubo rectangular. Dicha cara simula la superficie libre por lo que en ella se permiten reflexiones; ésta manifestación se maximiza al colocar la tracción inicial en la dirección del Dip y la nucleación cerca de la superficie.

Con estas pruebas queda en evidencia el correcto funcionamiento del problema directo implementado en este trabajo, lo que nos permite abordar, a continuación, el método de *Optimización Global* con el que se realiza la inversión.

2.3. ALGORITMO GENÉTICO

El Algoritmo Genético fue desarrollado por Holland (1975). Consiste en trasladar el proceso de evolución genético (selección, cruza, mutación), a un lenguaje computacional que permite resolver problemas de optimización global. Cada modelo (conjunto de parámetros) es codificado en una cadena de bits, simulando la información genética de un grupo de individuos. Para cada modelo se calcula el problema directo y comparando los resultados con los datos, a cada individuo le es asignado un desajuste. En seguida todos los individuos (modelos) pasan por un proceso de selección, para posteriormente intercambiar información genética, generando nuevos individuos, de los cuales, algunos son seleccionados aleatoriamente para ser modificados (simulando mutación); este proceso se lleva a cabo de forma iterativa por n generaciones. A continuación se explica con detalle el Algoritmo Genético desarrollado en este trabajo.

2.3.1. Algoritmo Genético en Paralelo

Una de las virtudes del Algoritmo Genético, consiste en la sencillez con la que se puede implementar en paralelo, lo que permite explotar los recursos de cómputo existentes. En este caso, debido a que el problema directo es costoso, en términos computacionales, y se resuelve miles de veces durante la inversión, el programa crea subconjuntos de la población con el mismo número de modelos que son distribuidos a todos los procesadores para el cálculo del problema directo, y posteriormente, cada procesador envía a los demás los resultados del subconjunto que le fueron asignados. A continuación se muestra un esquema del funcionamiento del algoritmo genético implementado para este trabajo

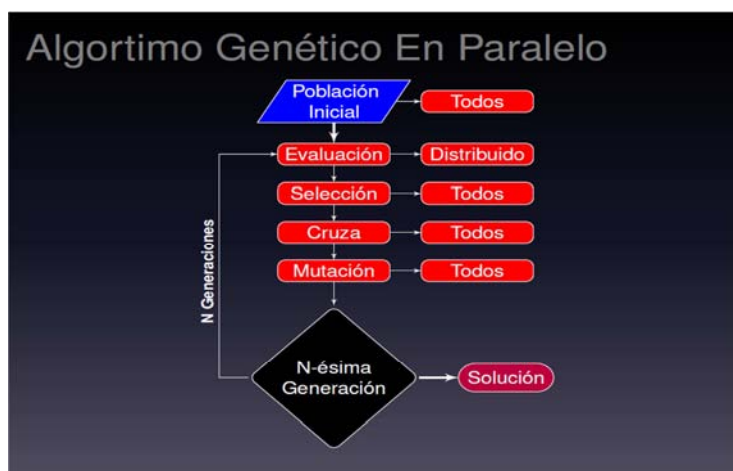


Figura 7. Esquema algoritmo genético.

La población se construye como una matriz en la que en cada fila tenemos una cadena de bits, que representa un modelo. Para generar la población inicial se hacen combinaciones de unos y ceros, de forma aleatoria, asegurándose que cada cadena de bits represente a un modelo. Una vez tenemos la matriz que representa la población, a cada procesador le es asignada una sub-matriz, que contiene los modelos para los que debe calcular el problema directo, para luego compartir los resultados con los demás, como indica la figura 8

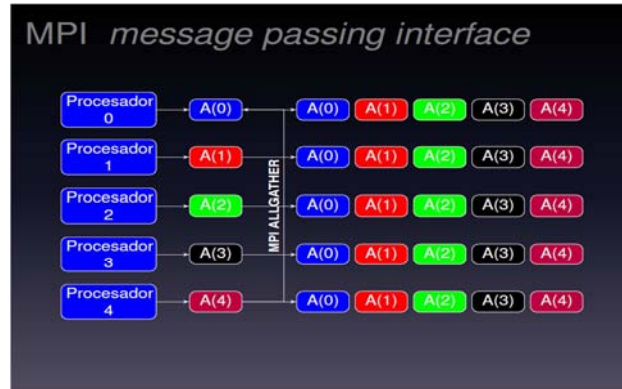


Figura 8. Esquema función MPIALLGATHER empleada para la comunicación de los resultados del problema directo entre los procesadores.

El problema directo, como se ha mencionado, es bastante costoso en términos de tiempo de cómputo; y debido a que los individuos son resultados de procesos aleatorios, se pueden dar dos circunstancias en las que éste tiempo es utilizado ineficientemente: una posibilidad puede ser que surjan modelos en los que no hay propagación de la ruptura. Para disminuir esta pérdida de tiempo, a los 2 segundos de simulación en *Diferencias Finitas*, se verifica si hay o no propagación de la ruptura; de no haber propagación, se interrumpe la simulación y la historia de la velocidad de deslizamiento se hace idénticamente cero.

Otra posibilidad puede ser que surjan modelos cuyo problema directo ha sido calculado anteriormente, en este caso los modelos que han sido calculados anteriormente son identificados, y luego se distribuyen equitativamente entre los procesadores con los resultados almacenados sin calcular el problema directo.

Para calcular el desajuste se emplea una versión modificada de la semblanza,

$$misfit = 0.5 + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{|\delta t_{ij}| - t_c}{2t_c} \right) - \left(\frac{cross(obs, synth)}{auto(obs) + auto(synth)} \right) \right) \quad (33)$$

Donde $cross(obs, synth)$ es la correlación cruzada entre los sismogramas observados y los sintéticos. $auto(obs)$ y $auto(synth)$ son las autocorrelaciones, $|\delta t_{ij}|$ es la diferencia de tiempo en la que se obtiene el mayor coeficiente de correlación entre las dos señales y t_c es aproximadamente la mitad de la duración de la fuente.

La selección simula el proceso natural en el que los individuos más fuertes tienen mayor oportunidad de sobrevivir a las condiciones del entorno. Comúnmente se hace mediante la llamada *Ruleta Sesgada* de Golberg(1999), en ésta se construye una ruleta en la que a cada individuo de la población se le asigna una porción inversamente proporcional a su desajuste. La población se construye girando la ruleta tantas veces como individuos la componen, de forma que es más probable que los modelos, cuyos resultados ajustan mejor los datos, sean seleccionados.

La cruza tiene como objeto simular la reproducción en la naturaleza, en este caso, se toman los individuos en parejas a los que llamaremos padres, los cuales se combinan, para formar una nueva pareja de individuos (hijos), que los reemplaza en la población. Existen diversas formas de realizar este proceso; en este trabajo fueron implementadas cruza de uno y dos puntos, como se muestra en la figura (9), generados aleatoriamente para cada pareja.

Padre 1	1	0	1	0	0	1	1	0	1
Padre 2	0	1	0	1	1	1	0	1	0
Hijo 1	1	0	1	0	1	1	0	1	0
Hijo 2	0	1	0	1	0	1	1	0	1

Padre 1	1	0	1	0	0	1	1	0	1
Padre 2	0	1	0	1	1	1	0	1	0
Hijo 1	1	0	0	1	1	1	1	0	1
Hijo 2	0	1	1	0	0	1	0	1	0

Figura 9 .a) Cruza de un punto b) Cruza de dos puntos.

De igual manera existen diferentes formas de emparejar los modelos (padres), las implementadas en este trabajo son:

Emparejamiento 1	Emparejamiento 2	Emparejamiento 3	Emparejamiento 4
<i>Modelos 1 y 2</i>	<i>Modelos 1 y $(n/2)$</i>	<i>Modelos 1 y n</i>	<i>Modelos 1 y $(n-1)$</i>
<i>Modelos 3 y 4</i>	<i>Modelos 2 y $(n/2)+1$</i>	<i>Modelos 2 y $(n-1)$</i>	<i>Modelos 2 y $(n/2)+1$</i>
...	...	...	...
<i>modelo $(n/2)-1$ $(n/2)$</i>	<i>modelo 3 $(n-2)$</i>	<i>modelo 3 $(n-2)$</i>	<i>modelo 3 n</i>
<i>modelo $(n/2)+1$ $(n-2)$</i>	<i>modelo 4 $(n-1)$</i>	<i>modelo 4 $(n/2)+1$</i>	<i>modelo 4 $(n/2)$</i>
<i>modelo $(n-1)$ n</i>	<i>modelo $(n/2)-1$ n</i>	<i>modelo $(n/2)-1$ $(n/2)$</i>	<i>modelo $(n/2)-1$ $(n-2)$</i>

Tabla 4. Cuatro posibles formas de emparejamiento para llevar a cabo la cruce.

La mutación simula los cambios espontáneos que experimentan algunos individuos en la naturaleza, su implementación consiste en seleccionar algunos individuos, dependiendo de la probabilidad de mutación (introducida en el archivo de entrada y que puede variar durante la inversión), a los que se les modifican uno o más bits al azar. Es de resaltar que la cruce y la mutación se llevan a cabo asegurándose que los individuos generados corresponden a modelos válidos.

Finalmente en cada iteración un porcentaje de la población llamado *Elite* es identificado, y en la siguiente iteración, luego de calcular el desajuste, esta *Elite* reemplaza a los individuos con peor desajuste, antes de dar inicio nuevamente al proceso de selección, cruce y mutación.

2.3.2. Inversión Sintética

Con el fin de llevar a cabo una inversión sintética, fueron generados sismogramas sintéticos sin filtrar, empleando las características del sismo de Zumpango (strike:290°, dip:39°, rake:276°, H=62.6 Km). El plano de falla fue modelado como un cuadrado de 30 Km de arista con subfallas de 300 m, donde se tiene que la nucleación está ubicada en el centro. Nuevamente empleamos el modelo de velocidades de Campillo (1996) y las seis estaciones de la Tabla 1 y 2. Se utilizó $\Delta t = 0.0166$ segundos, buscando hacerlo eficiente sin perder de vista la condición de estabilidad, ecuación (23)

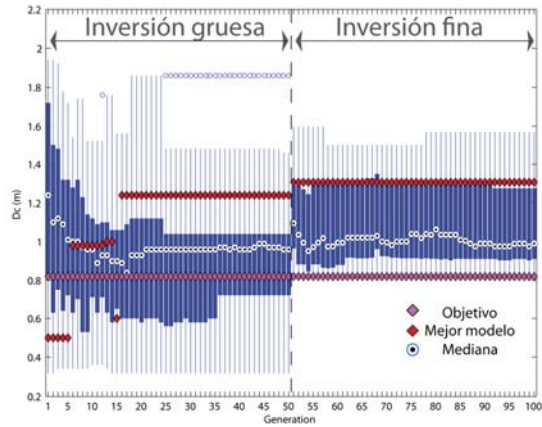
$$v_{m\acute{a}x} \frac{\Delta t}{\Delta x} = 8.14 \text{ km/s} \frac{0.0166 \text{ s}}{0.3 \text{ km}} = 0.45 \leq 0.5 \quad (34)$$

A continuaci3n los par3metros geom3tricos y din3micos del modelo objetivo:

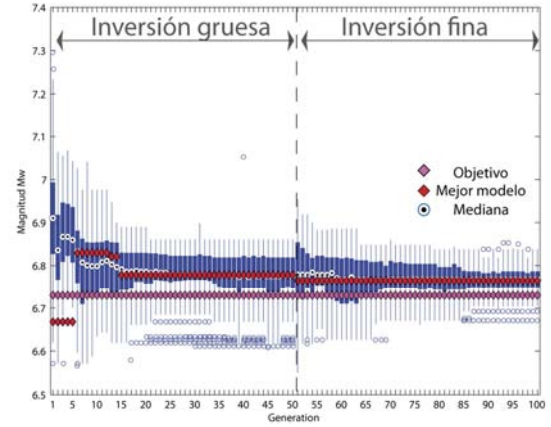
Par3metros Din3micos		Par3metros Geom3tricos	
Esfuerzo cortante inicial (Nucleaci3n) MPa	827.2017	Primer semieje (Km)	5.5
Esfuerzo cortante inicial MPa	806.2004	Segundo semieje (Km)	6.8
Esfuerzo normal inicial MPa	1564.0	Coordenada x centro (Km)	-3.6
Coficiente est3tico de fricci3n	0.522	Coordenada y centro (Km)	1.4
Coficiente din3mico de fricci3n	0.500	Inclinaci3n (°)	60
Slip weakening distance (m)	0.82		

Tabla 5. Par3metros del modelo objetivo.

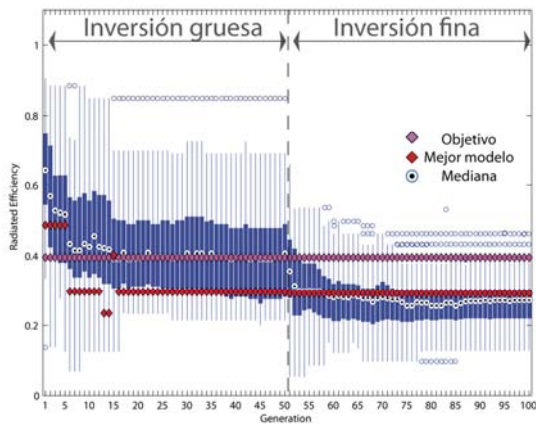
De estos par3metros para la inversi3n se han fijado el esfuerzo normal (1564 MPa) y el coeficiente din3mico de fricci3n (0.500). Por otro lado, en la inversi3n se us3 un porcentaje de elitismo de 15%, una probabilidad de mutaci3n variable entre 60% y 2%, un filtro pasa-bajas hasta 0.25 Hz, 270 individuos, 50 generaciones. Las dos inversiones (gruesa y fina) se ejecutaron en 90 procesadores, tomando cada una de ellas aproximadamente 17 horas y media. A continuaci3n las curvas de evoluci3n m3s importantes de las inversiones:



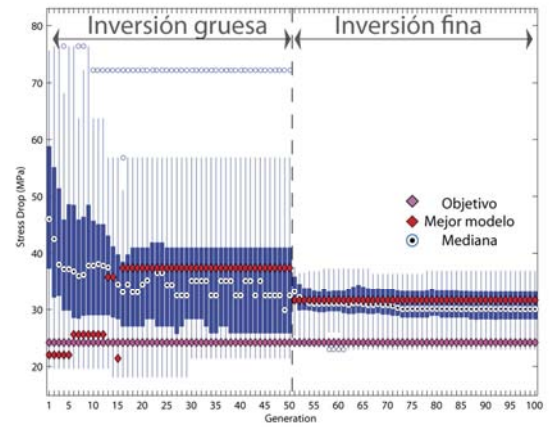
a)



b)



c)



d)

Figura 10. Convergencia en las inversiones consecutivas con el valor del modelo objetivo y el valor del mejor modelo para a) Dc, b) Magnitud, c) Eficiencia radiativa y d) Caída de esfuerzos

Estas figuras son un ejemplo de la forma en que convergen los parámetros, en ellas observamos el efecto de realizar dos inversiones sucesivas, posteriormente en la sección (2.4) realizaremos un análisis detallado de los resultados de la inversión sintética.

Dynamic Source Inversion of the M6.6 Intraslab Zumpango
Earthquake in central Mexico: a New Parallel Genetic Algorithm

John Díaz-Mojica, Víctor M. Cruz-Atienza, Raúl Madariaga and Shri K. Singh

(To be submitted to the Bulletin of the Seismological Society of America)

Abstract

We introduce a novel approach for imaging the earthquakes dynamics from ground motion records based on a parallel genetic algorithm (GA). The method follows the elliptical dynamic-rupture-patch approach introduced by Di Carli et al. (2010) and has been carefully verified through many numerical tests. Besides the five model parameters defining the patch geometry, our dynamic source description has four more parameters: the stress drop inside both the nucleation and the elliptical patch; and two friction parameters, the slip weakening distance and the change of the friction coefficient. All of them constant within the rupture surface. The forward problem involved in the GA inverse method considers a highly accurate computational model for the dynamic source description, namely the staggered-grid split-node (SGSN, Dalguer and Day, 2007). The synthetic inversion presented here shows that the source model parameterization is suitable for the GA, and lead us to conclude that given a good knowledge of the propagation medium and both the source location and mechanisms, the inversion method retrieves very well the actual source. However, since for real earthquakes there is considerable uncertainty in these parameters, we have introduced a statistical approach to generate a set of solution models so that the envelope of the corresponding synthetic waveforms explains as much as possible the observed data. We applied the method for the M_w 6.6. Zumpango earthquake and determined several fundamental source parameters that are in accordance with different and completely independent estimates for Mexican and worldwide earthquakes. Our weighted-average final model satisfactorily explained evidences of eastward rupture directivity, suggested by the recorded data. Some

parameters found for the Zumpango earthquake are: $\sigma_0 = 30.2 \pm 6.2$ MPa, $E_r = 0.68 \pm 0.36 \times 10^{15}$ J, $G = 1.74 \pm 0.44 \times 10^{15}$ J, $\beta = 0.27 \pm 0.11$, $V_r/V_s = 0.52 \pm 0.09$ and $M_w = 6.64 \pm 0.07$; for the stress drop, radiated energy, fracture energy, radiation efficiency, rupture velocity and moment magnitude, respectively.

1. Introduction

Fracture mechanics has been for many decades in the mind of seismologists as a plausible mean to explain different seismological observations and even to predict earthquakes (Andrews, 1976; Madariaga, 1976; Das and Aki, 1977; Mikumo and Miyatake, 1978). Dynamic source models based on mechanical considerations have been found to be a powerful mean to understand fundamental aspects dominating the spontaneous rupture propagation of geological faults (Ida, 1972; Palmer and Rice, 1975; Burridge, 1979; Day, 1982; Madariaga et al., 1989; Freund, 1989). However, these models have primarily been used to characterize the overall rupture process from the theoretical point of view by integrating different friction and rheological behaviours into the source models.

Different studies have tried to estimate fault frictional parameters from historical earthquakes based on indirect source observations through the inversion of strong motion seismograms (e.g. Ide and Takeo, 1997; Mikumo and Yagi, 2003). However, due to the limited bandwidth of the recorded data, they were poorly resolved in these studies. Moreover, dynamic models based on such indirectly inferred values may be biased and not able to resolve the small-scale rupture dynamics over the fault (Guatterri and Spudich, 2000; Spudich and Guatterri, 2004). Direct observation of the stress breakdown slip from near-field data, for instance, is seldom possible (Cruz-Atienza et al., 2009); except for some cases where rupture propagated with supershear speeds (Cruz-Atienza and Olsen, 2010). However, despite this limitation inherent to the nature of the excited wavefield from earthquake sources, the macro-scale properties (i.e. low frequencies) of that field far from the source remain strongly linked to the micro-scale dynamic rupture history through the elastodynamic and constitutive equations governing the phenomenon. This is why the dynamic source inversion of ground

motion records represents a much more attractive alternative for imaging the source process than purely and simple phenomenological strategies based on kinematic model descriptions.

Despite the advances in computational methods, solving the earthquake elastodynamic problem in 3D still represent a huge numerical challenge for supercomputer platforms when thousand of problem solution are required for a given purpose. The development of finite difference dynamic-rupture models have been a key strategy to address this problem thanks to their numerical efficiency (e.g. Madriaga, 1976; Andrews, 1976; Virieux and Madariaga, 1982; Day, 1982; Madariaga et al., 1989; Mikumo and Miyatake, 1993; Cruz-Atienza and Virieux, 2004; Cruz-Atienza et al., 2007; Dalgue and Day, 2007), which still is largely higher than any other computation method. In spite of this quality inherent to the FD approaches, hybrid methods to propagate the wavefield from the dynamic source to the receivers are still necessary to afford thousands of dynamic model solutions, although new and promising computational developments (Tago et al., 2012) will shortly allow the source imaging by means of a single and versatile model.

It has been until eight years ago when Peyrat and Olsen (2004) tackled the dynamic rupture inversion by means of a heuristic optimization method (i.e. neighbourhood algorithm) for imaging the Mw6.6 Tottori earthquake, in Japan, directly from ground motion records. Following such an initial effort, similar strategies have been used to study the dynamic source imaging for different earthquakes (Corish et al., 2007; Di Carli et al., 2010; Peyrat and Favreau, 2010; Ruiz and Madariaga, 2011). In this study we introduce a novel approach for imaging the earthquakes dynamics from ground motion records based on a simple source description resolved by a novel genetic algorithm. It follows the elliptical dynamic-rupture-patch approach introduced by Di Carli et al. (2010) and is carefully tested through a synthetic inversion test. The method is then applied to invert displacement records of the Mw6.6 intraplate Zumpango earthquake in the Guerrero province, 185 km from Mexico City. Estimates of the stress drop, the rupture velocity and the radiated energy (among others parameters) are obtained and discussed under the light of different and completely independent estimates for Mexican and worldwide earthquakes.

2. Dynamic-Source Inversion Method

2.1. Source Model Parameterization

Earthquakes are highly nonlinear phenomena produced by sliding instabilities on geological faults. The stability of the fault system primarily depends on the initial state of stress, the medium properties and the friction law, which represents the constitutive relationship dictating the mechanical behaviour of the sliding surface. For the sake of simplicity and to minimize the number of problem parameters, our rupture model consists of a single elliptical patch in which the source parameters are constant. This approach was first proposed by Vallée and Bouchon (2004) for the kinematic source inversion, and then extended to the dynamic source analysis by Di Carli et al. (2010) and Ruiz and Madariaga (2011). Following the latter work, we assume a linear slip weakening friction law (Ida, 1972), which is controlled by three constitutive parameters: the static (μ_s) and the dynamic (μ_d) friction coefficients, and the slip weakening distance (D_c).

The first five parameters to invert concern the elliptical patch geometry. They are the lengths of the two semiaxis of the ellipse, the two Cartesian coordinates of its centre on the fault plane with respect to the hypocentre, and the angle of the semi-major axis with respect to the fault strike. Three more parameters inside the patch complete our source model parameterization. The initial shear stress, τ_0 , the slip weakening distance, D_c , and the change in the friction coefficient $\Delta\mu = \mu_s - \mu_d$. Since the spontaneous rupture may strongly depend on the way the earthquake nucleates, we also invert the initial shear stress in the nucleation patch, τ_0^n , which is circular and has a radius of 1.5 km. We thus invert for nine parameters: five determining the geometry of the rupture patch, and the other four the friction law and the initial state of stress in the fault plane.

Although we can not infer the absolute prestress values on the fault, to set a reference level we took the fault normal stress (σ_N) equal to the lithostatic load at 60 km depth (i.e. 1,564 MPa) and $\mu_d = 0.5$, so that the residual fault strength is given by the Coulomb law as $\sigma_d = \sigma_N - \mu_d \sigma_N = 782$ MPa. To initiate rupture, the static fault strength inside the nucleation

patch, τ_s^n , is set slightly below τ_0^n (i.e. $\tau_s^n = \tau_0^n - 1.5$ MPa) so that rupture initiates with a stress drop equal to $\tau_0^n - \tau_s^n$. Outside nucleation but inside the elliptical patch, the static strength is model dependent and given by $\sigma_s = \sigma_s * \sigma_N$. Rupture cannot propagate beyond the elliptical patch because σ_s is set to infinite outside the patch (i.e. barrier model).

2.2. Forward Problem

To compute the synthetic seismograms at the recording stations for each dynamic source model tested during the inversion, we follow a two-step hybrid procedure. Since the dynamic source model in 3D demands large computational time, we first solve the dynamic rupture problem for a given set of source parameters in the interior of a small box containing the source by means of a very accurate and efficient finite difference approach, namely the Staggered Grid Split Node method (SGSN) (Dalgner and Day, 2007). Aware of the SGSN numerical properties, we have chosen a spatial grid step of 300 m with a time increment of 0.016 s all along this work, which provide a good compromise between the efficiency, the accuracy and the stability of the scheme (Dalgner and Day, 2007). The dynamic source problem is then solved in a homogeneous elastic cube with seismic properties corresponding to 60 km depth in the Guerrero province (Table 1). The cube has 40 km length per edge (i.e. 134 nodes per dimension) and Perfectly Matched Layer (PML) absorbing boundary conditions in every face of the simulation domain (Marcinkovich and Olsen, 2003; Olsen et al., 2009). The fault plane where the inversion scheme searches for the best geometry of the rupture patch has 30 km length per side.

Table 1 Layered medium for the Guerrero province by Campillo et al. (1998) with rock quality factors determined from regressions by Brocher (2008).

Thick (km)	V_P (km/s)	V_S (km/s)	ρ (gr/cm ³)	Q_P	Q_S
5.0	5.37	3.1	2.49	619	309
12.0	5.72	3.3	2.60	697	348
28.0	6.58	3.8	2.88	932	466
∞	8.14	4.7	3.38	1539	769

The second step to compute the synthetic seismograms consists in propagating the wavefield from the dynamic source up to the stations. To this purpose we use a representation theorem (Das and Kostrov, 1990) that combines the modulus of the slip rate history in every subfault with the corresponding point-dislocation Green tensor for each station and for a given fault mechanism. The slip rate functions are the output of the dynamic source simulation, while the Green tensors for the given mechanism are computed in a layered medium (Table 1) with the Discrete Wave Number method (DWN) (Bouchon, 1981; Coutant, 1989), and stored previously to the inversion. This strategy makes the computation of regional synthetic seismograms extremely fast during the earthquakes modelling. To optimize even more the algorithm, we use average slip rate functions over fault cells containing 5 by 5 grid points of the finite difference mesh (Di Carli et al., 2010). Verification tests of the algorithm for many different fault mechanism and fault sizes have been done comparing synthetic seismograms at the free surface with those yielded by independent methods, namely the DWN method for point sources, and the SGSN method for extended sources, finding excellent results (Díaz-Mojica, 2012).

2.3. Parallel Genetic Algorithm

For solving the dynamic-source inverse problem given a set of seismological observations (i.e. ground motion records of a given earthquake) we have developed a new heuristic optimization method based on Genetic Algorithms (GA) (Holland, 1975; Goldberg, 1989). When the inverse problem solution requires solving thousands of times a computationally expensive forward problem, like the dynamic rupture problem previously described, parallel optimization strategies may be the only way to solve the problem. Our method takes advantage of the GA strategy to incorporate the Message Passing Interface (MPI) for simultaneously solving hundreds of forward problems using a parallel supercomputing platform. The genetic algorithms make evolving a randomly generated model population according to the three basic mechanisms of natural evolution: selection, crossover and mutation. Similar to other parallel optimizing methods (e.g. Pikaia, 2002; Fernández de Vega and Cantú-Paz, 2010), to equitably distribute the workload in the computing platform, the models population size in our method should be a multiple of the number of processes used in the inversion procedure, so that each computing core solves the same amount of forward

problems per generation (i.e. iteration, Figure 1). Once the forward problem is solved for the whole models population, the output synthetic seismograms are gathered in the master processor to pursue with the next GA steps (i.e. selection, crossover and mutation, see Figure 1).

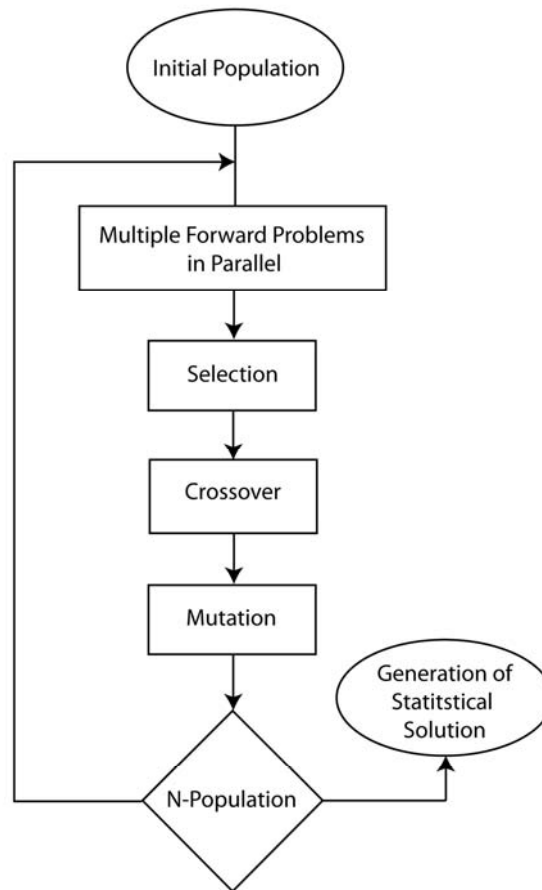


Figure 1 Flux diagram of the genetic algorithm

Selection is one of the key mechanisms promoting the evolution of a population. Different selection criteria have been proposed for GA in the literature (e.g. Goldberg, 1989; Iglesias et al., 2001; Cruz-Atienza et al., 2010). In all cases, selection is based on the individuals' aptitude to survive over generations given some kind of "environmental" conditions. In our method, each individual of the population corresponds to a set of source model parameters. The aptitude of an individual is thus given by a misfit function between the associated synthetic seismograms, yielded by the forward problem solution, and the real seismograms (i.e. data). The misfit function we have used is based on the correlation between the signals

and it is composed by two main terms (Equation 1). The first term is defined as the semblance, which provides a measure of the waveforms similarity (e.g. Cruz-Atienza et al., 2010). The second term concerns the time-shift of the maximum cross-correlation coefficient between both signals, so that it provides a control of their phases (absolute arrival times).

$$M = 0.5 \left[1 - \frac{\text{cross}(d_s - d_o)}{\text{auto}(d_s) + \text{auto}(d_o)} + \frac{|\delta\tau| - \tau_c}{2\tau_c} \right] \quad (1)$$

In Equation 1, $\text{auto}(d_s)$ and $\text{auto}(d_o)$ are the autocorrelation of the synthetic and observed data, respectively, and $\text{cross}(d_s - d_o)$ is the cross correlation of both signals. In the second term, $|\delta\tau|$ is the time-shift absolute value for the maximum cross-correlation coefficient and τ_c is a reference delay, approximately given by half the source duration. We found $\tau_c = 2 \text{ s}$ to be a good value for this earthquake, properly weighting both misfit terms. The misfit function becomes zero if both signals are the same. Adding the phase term was determinant to resolve rupture causality in our dynamic source model, because time delays in rupture propagation are directly related to the prestress and mechanical conditions over the fault.

Each iteration of the GA algorithm starts by estimating the aptitude for all individuals through Equation 1. To select the fittest models based on their aptitude we use the biased roulette criterion (Goldberg, 1989), which attributes a survival probability to each model depending on the value of the associated misfit function. Those with the higher aptitude (i.e. lower values of M) have the larger probabilities of survival. To preserve the best individuals in the next generation, we guarantee the survival of an elite corresponding to the 15% top models. After selection, the population size remains the same.

Table 2 Synthetic-inversion model space, as defined by the lower and upper variation limits, and the corresponding increments per parameter. The first five parameters determine the geometry of the elliptical patch, while the other four the prestress and the friction law (see text). The fault normal stress, σ , and the dynamic friction coefficient, μ_d , are constant and equal to 1,564 MPa and 0.5, respectively.

Parameter	Coarse Inversion			Fine Inversion		
	Lower	Upper	Increment	Lower	Upper	Increment
Semi axis (km)	3.0	14.0	0.2	1.0	4.0	0.05
Semi axis (km)	3.0	14.0	0.2	10.4	12.4	0.05
Along-strike (km)	-5.0	5.0	0.2	-3.8	-1.8	0.05
Along-dip (km)	-5.0	5.0	0.2	-1.8	0.2	0.05
Angle (deg)	0.0	90.0	5.0	0.0	20.0	1.0
τ_0 (MPa)	800.0	860.0	0.2	825.0	860.0	0.01
τ_0^n (MPa)	800.0	860.0	0.2	800.0	820.0	0.01
$\Delta\mu$	0.018	0.074	0.0002	0.02	0.06	0.00001
D_c (m)	0.3	2.0	0.02	0.8	1.6	0.001

The values of the model parameters per individual are binary coded to form a string of bits (i.e. chromosome), which represents the genetic footprint of the associated source model. To evolve, the population exchanges information via the crossover of genes (i.e. bits) between pairs of individuals (Figure 1). For this purpose we have tested different strategies and found that coupling the best half of the population with the rest of models systematically yields robust and monotonic convergence of the problem solution. Cutting both chromosomes in a randomly selected gen and exchanging the second half of each chromosome does the crossover between a pair of models. After the crossover, an evolving percentage of the population is mutated to promote diversity (Figure 1). This percentage evolves linearly from high to low values in the inversion, allowing a large exploration of the model space at the beginning, and the exploitation of the best solutions by the end of the inversion. Mutation is simply performed by changing the value of a randomly selected gene (bit) in the chromosome of a randomly selected individual. The parallel GA method has been optimized in several ways. Models that have been computed in any past generation are not computed again. In these cases, the algorithm attributes automatically the misfit value to repeated models. Besides this, after 1.5 s of the dynamic rupture FD simulation the program looks at the slip rates in the fault plane to determine if the rupture is propagating. If not, it automatically stops the FD computation, attributes a misfit value of 0.5 to the model and continues solving the next forward problem.

2.4. Synthetic Inversion

To test the ability of our GA to image the earthquakes dynamics, we have carried out a synthetic inversion with the stations setup of the inslab normal-faulting event concerned in this study, which is shown in Figure 6 and shall be introduced in the next section. We follow a multiscale inversion approach consisting of two successive steps. An initial coarse inversion exploring a vast model space, and a finer and more focused inversion exploring around the best solution yield by the first inversion. The model spaces of both inversions are shown in Table 2 (and Figure 3, black lines), where the variation ranges for the nine parameters (see Section 2.1 for the model parameterization) are given by their lower and upper limits, and the increments sampling the ranges. The ‘observed’ seismograms were computed in a layered medium (Table 2) for a source model with strike = 102° , dip = 51° and rake = -95° , depth of 62.6 km, and moment magnitude $M_w = 6.76$. The dynamic parameters of the model are: the stress drops in the ellipse $\Delta\tau = \tau_0 - \tau_d = 31.64$ MPa and the nucleation patch $\Delta\tau^n = \tau_0^n - \tau_d = 45.2$ MPa, the slip weakening distance $D_c = 1.31$ m and the increment of the friction coefficient $\Delta\mu = 0.022$. The source constant parameters are given in Section 2.1. Final slip, peak slip rate, rupture velocity and rupture times over the fault plane produced by this model (i.e. the inversion target model) are shown in Figure 5 (first line), while the corresponding low-pass filtered seismograms at 0.25 Hz are plot in Figure 4 (red curves).

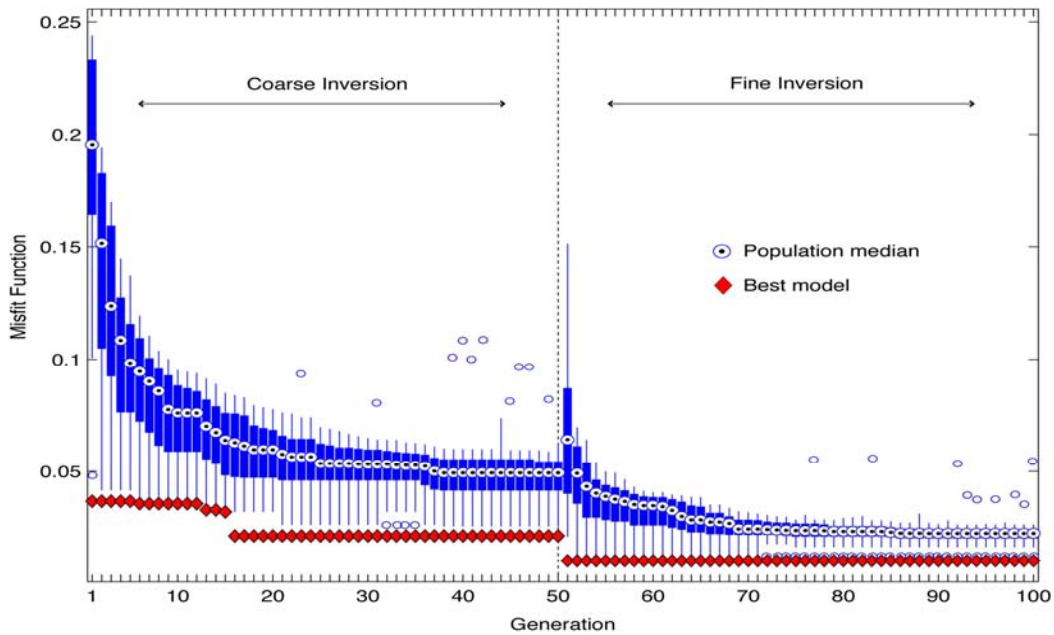


Figure 2 Misfit function convergence (Equation 1) during the

two-step multiscale inversion procedure using the GA method.

The population consisted of 270 models in both GA inversions, which iterated up to 50 generations each. Using 135 processors (Xeon 2.33 GHz with 4 Gb of RAM memory per core) of the parallel supercomputer Puhalli of the Instituto de Geofísica (IGF) seismology group, the whole inversion procedure was translated into ~25 hrs of computing to explore 27,000 dynamic rupture models. The initial and final mutation probabilities per inversion were 0.6 and 0.02, respectively. Figure 2 shows the convergence curve of the misfit function M (Equation 1) as a function of generations. While the best model solution (red diamonds) rarely evolves through very large step overs, the population median (circles) reveals a more gentle and regular improvement. We can also appreciate the benefit of the two-step multiscale procedure, which promotes both high convergence rates in the second half of the inversion and the best-models exploitation thanks to the homogenization of the population (i.e. see the collapse over the median of the 25 to 75 percentiles range, thick blue bars).

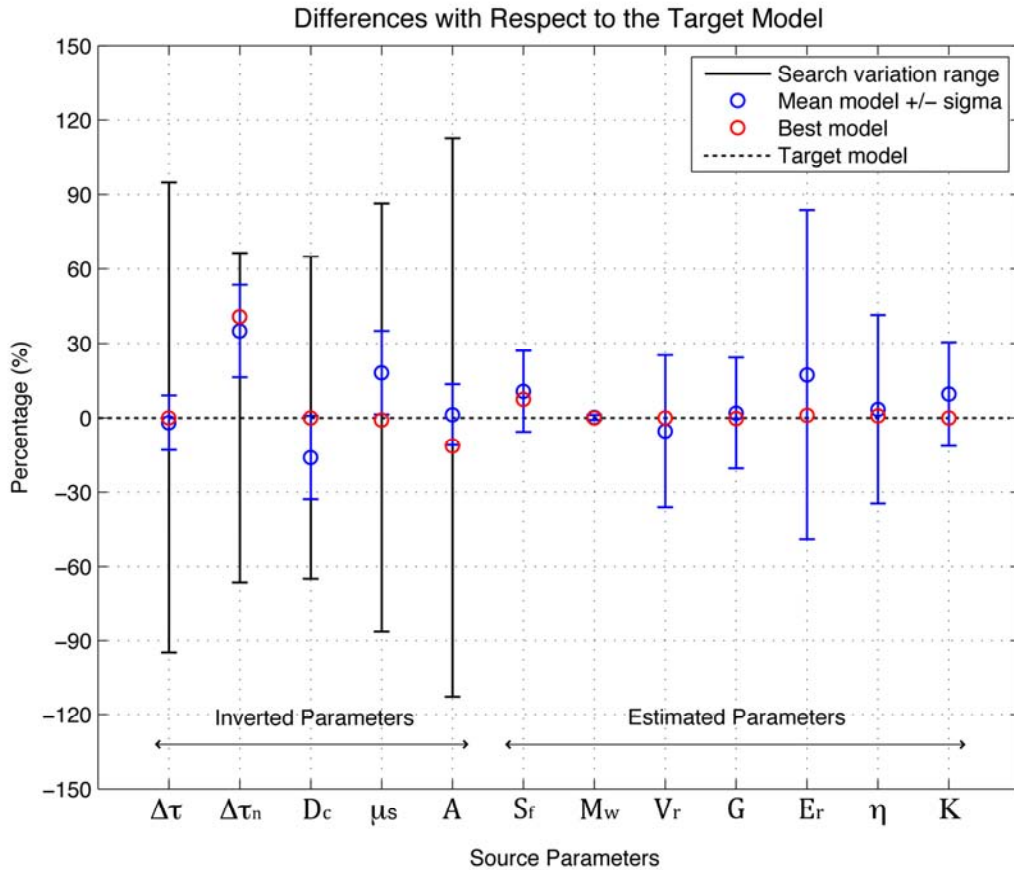


Figure 3 Source parameters convergence for the synthetic inversion.

Since we deal with a highly non-linear problem with multiple solutions, and there are considerable uncertainties for real earthquakes in the seismic structure and both the fault location and mechanism, the best and single model solution lacks of significant meaning. Instead, we propose a statistical procedure to generate a final-solution set of models based on the envelope of synthetic seismograms. The criterion used to select the solution models pretends to guarantee that the three components of the actual seismograms lie within the standard deviation band defined by both envelopes around the synthetics average. However, due to the non-linearity of the problem, only parts of the observed seismograms are likely to fall within the band. This is true even for the synthetic inversion case (Figure 4) where the solution models are very close to the target one (see Figures 3 and 5), and the velocity model and both the earthquake location and mechanism are known.

Following Cruz-Atienza et al. (2010) we define the area described by the observed seismograms outside the standard deviation band relative to the area of the band as:

$$S_R = \frac{100}{S_b} \int_0^T g(t) dt, \quad (2)$$

Where

$$S_b = 2 \int_0^T \sigma(t) dt \quad (3)$$

and

$$g(t) = \begin{cases} |d_s - d_o| - \sigma & \forall t \ni \sigma \leq |d_s - d_o| \\ 0 & \forall t \ni \sigma > |d_s - d_o| \end{cases},$$

to establish a quantitative criterion for selecting the solution models. In these equations, $\sigma(t)$ represents the standard deviation function, S_b is the area of the standard deviation band, d_s and d_o are the synthetic and the observed data, respectively, T is the seismograms duration, and t is the time. The selection criterion imposes that S_R is smaller than a given percentage. In the synthetic inversion, the condition was $S_R < 25 \%$ so that 325 models were selected to conform the final solution.

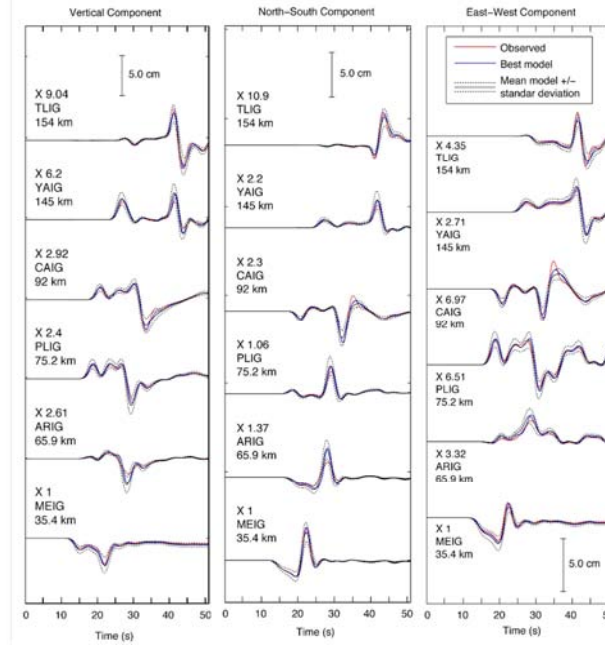


Figure 4 Seismograms fit for the synthetic inversion.

Figure 4 shows synthetic seismograms for the target model ('data', red), the best model solution (blue) and the average of the solution models (black solid) along with the associated standard deviations (black dotted). Notice that the standard deviation envelope (dotted curves) contains most of the data variability (red curves). The way we translate the set of solution models into a single representative model is through a weighted average involving the misfit function M (Equation 1) of every model. If p is a given source parameter and n is the number of models in the solution, then the weighted average of that parameter, $\hat{p}$, is estimated as:

$$\hat{p} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n \alpha_j} \sum_{i=1}^n p_i \alpha_i \quad (4)$$

Where

$$\alpha_i = n \int \left(\frac{M_{worst}}{M_i} \right)$$

and M_{worst} is the worst misfit value in the whole set of solution models and the i index refers to the i – *solution model*. This function makes the best models to have stronger footprints in the average model without affecting the actual parameter values per individual, and may be

applied to both source average quantities (e.g. M_w , S_f , V_r , G , E_r , and η □see Estimated Parameters in Figure □2) and fault local quantities (see Mean model in Figure 5).

Due to the large uncertainties mentioned before when inverting real earthquakes, even though the data does not completely fall between the envelopes, we expect the final-solution set of models to represent much better the actual source than the best single model yielded by the inversion. However, since the wave propagation structure and the fault mechanism in the synthetic inversion were the same used to generate the inverted data, variations in the synthetics are only due to variations in the source parameters. For this reason, if the inversion algorithm is powerful enough to correctly solve the problem, we expect the best solution model to be closer to the target than the average of the solution models. Figure 3 confirms this expectation. Except for the stress drop in the nucleation patch, while most of the inverted parameters for the best model (green circles) are virtually the same as those of the target model (dashed line), the inverted values for the average solution (blue circles) are slightly off but within the ~15% of the target. In all cases, the standard deviation range around the average (blue lines) contains the target parameter value. In this figure, instead of reporting the initial stress values (τ_0) we translated them into the stress drops ($\Delta\tau$) for practical purposes, while the five geometrical parameters are represented by the ellipse area A , that depends on both semi-axis. The estimated parameters on the figure (i.e. average final slip, S_f , moment magnitude, M_w , average rupture velocity, V_r , fracture energy, G , radiated energy, E_r , radiation efficiency, η , and Kappa, κ (Madariaga and Olsen, 2000)) were computed from the source parameters used and/or produced by the tested models. Estimates of G , E_r , η □and κ are explained in Section 3.3. Similarly, the average of all estimated parameters were resolved within the ~15% of the target values. In Figure 5 we can appreciate how well our GA has solved the problem in term of the rupture geometry (i.e. location, shape and orientation of the ellipse) but also in terms of the final slip, peak slip rate and local rupture velocity.

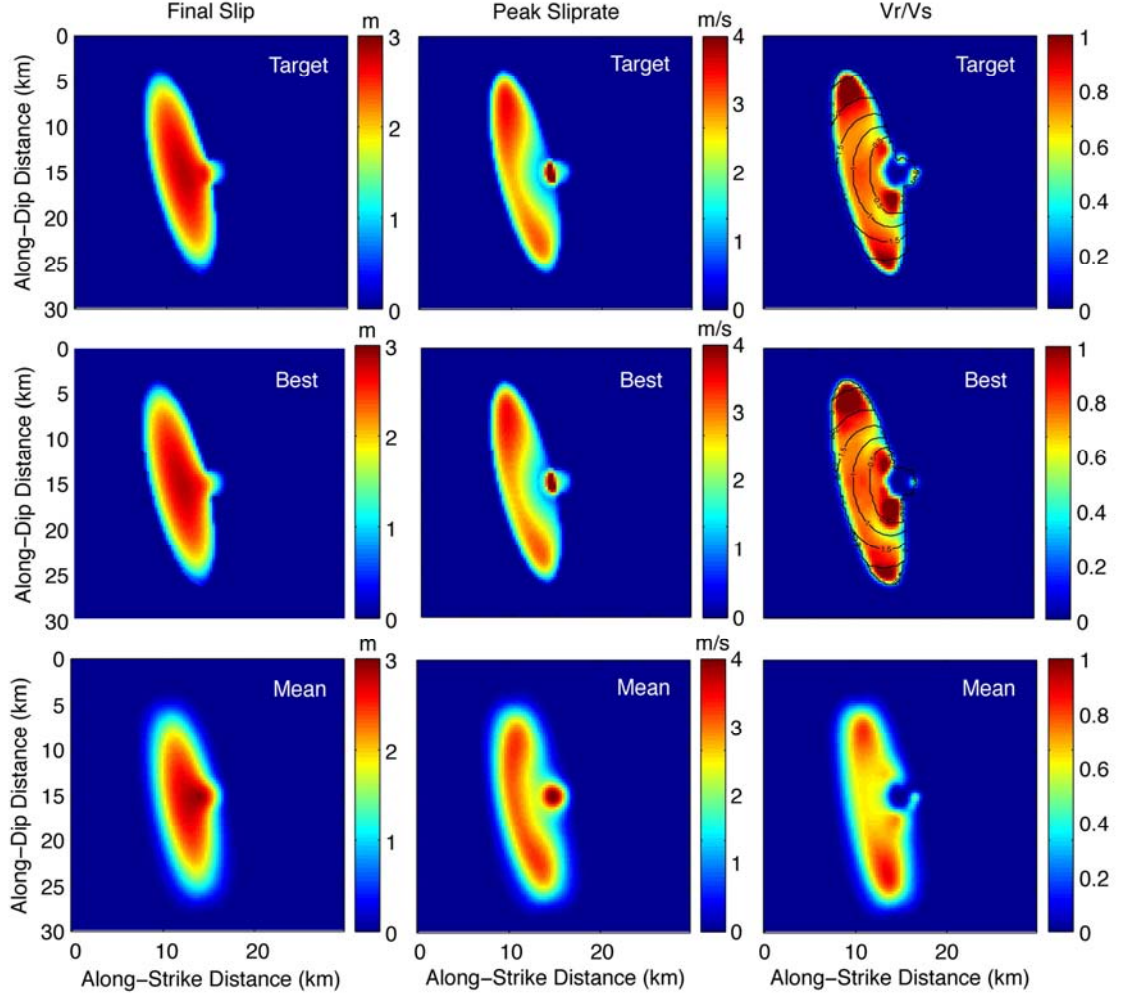


Figure 5 Fault solutions for the synthetic inversion.

The solution obtained with our GA for the synthetic inversion test shows excellent overall results and proves that our source parameterization is suitable for both the inversion method we have introduced and the dynamic-source inverse problem. Despite the huge model space explored by the inversion (see variation ranges in Table 2) and the strong nonlinearity of the problem, the multiscale approach we have adopted reveals to converge toward the actual problem solution. This is achieved even though the Target model describes important rupture velocity variability reaching short supershear transients after nucleation and by the end, around 2 s after the rupture starts (Figure 5).

3. The Mw6.6 Zumpango Earthquake

The Zumpango earthquake of December 11 (1:47:28.4 GMT), 2012, in the Guerrero province was an inslab normal-faulting event in the subducted Cocos plate at 62.6 km depth, with epicentre about 160 km from the Middle American trench (i.e. 95 km from the coast). It was strongly felt in Mexico City, 185 km to the North-Northeast of the epicentre, where no significant damage was reported. However, three casualties and several injured people due to landslides and the collapse of small structures were reported in the Guerrero province. The USGS Global CMT project (GCMT, www.globalcmt.org) determined a moment magnitude Mw of 6.5 and a focal mechanism of $[284^\circ, 34^\circ, -84^\circ]$ for the strike, dip and rake angles, respectively. Relocation of the earthquake and detailed centroid moment tensor (CMT) inversions using local/regional data yielded the epicentre at 17.84° of Latitude and -99.93° of Longitude, and a significantly better mechanism of $[119^\circ, 52^\circ, -76^\circ]$ (red beach ball, Figure 6) that explained the relatively low S-wave amplitude observed in stations CAIG and PLIG (Figure 7), which are approximately aligned with the epicenter and the extensional focal-axes plane (Figure 6). Six stations of the Servicio Sismológico Nacional (SSN, Instituto de Geofísica, www.ssn.unam.mx) network with epicentral distances smaller than 150 km were chosen for the analysis. The stations are equipped with a broadband (BB) STS-2 seismometer and a Kinematics FBA-23 accelerometer connected to a 24-bit Quanterra digitizer.

3.1. Tectonic Setting and Recorded Data

The hypocentre of the Zumpango earthquake is located about 10 km further inland of the region where the 15° -dipping subducted slab starts bending to become subhorizontal (Perez-Campos et al., 2008; Kim et al., 2010). This region is characterized by normal-faulting inslab seismicity and was referred to as down-dip extensional by Pacheco and Singh (2010). The seismicity of this region is located in the mantle lithosphere a few kilometres below the oceanic crust. Fault mechanisms shown in Figure 6 (black and white beach balls) correspond to the events studied by these authors and form, along with the Zumpango quake, a fringe (grey shade) to the north of a ~ 50 km width region devoid of seismicity. The extensional stress regime characterizing this fringe may be explained by strain concentrations in the external part (i.e. convex and deeper part) of the slab bend (Lemoine et al., 2002).

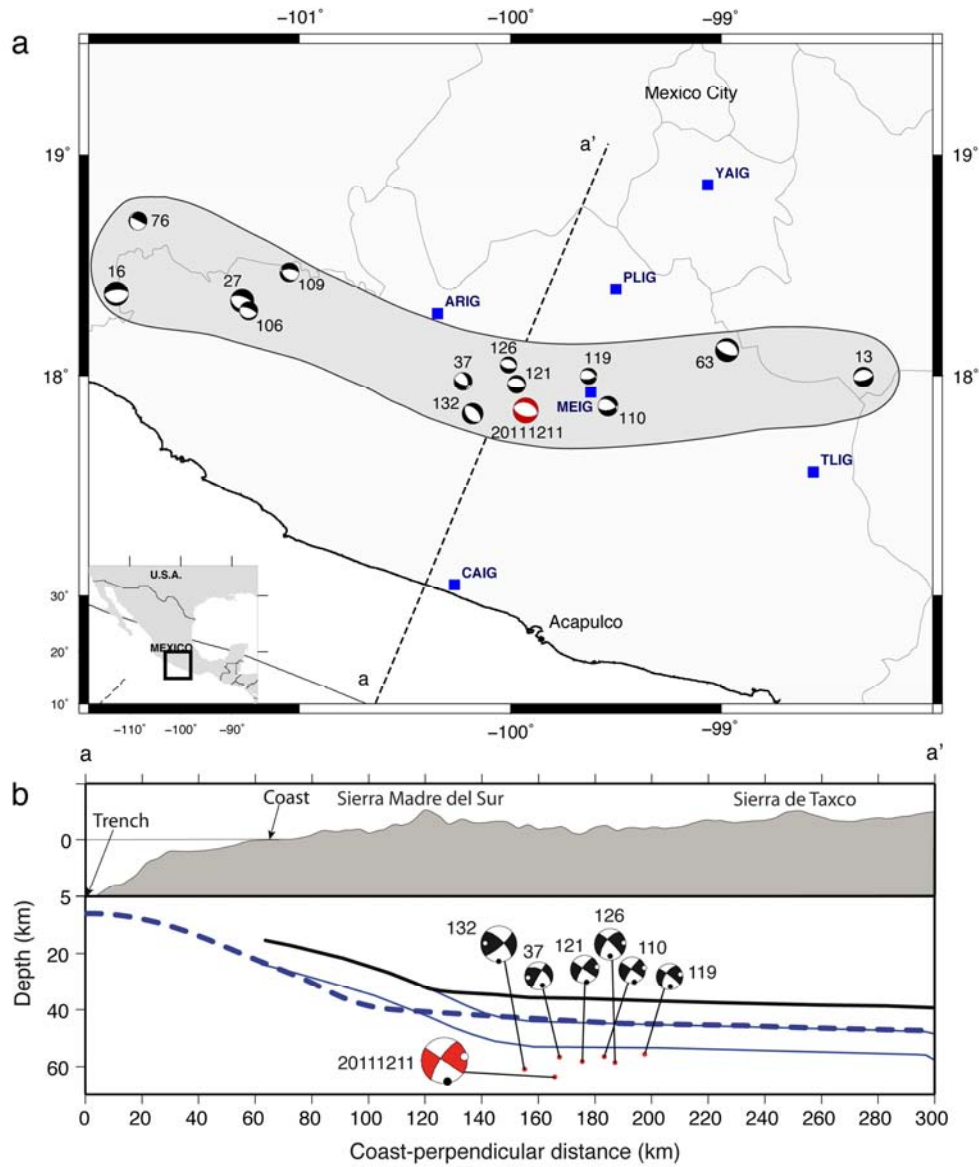


Figure 6 Zumpango earthquake location (red beach ball), stations location (blue squares) and tectonic setting. Modified after Pacheco and Singh (2010).

The SSN network records continuous data and registered the whole event. However, the BB sensors of the closest stations, MEIG, ARIG and PLIG, were saturated. We thus double and carefully integrated the acceleration records there to get the displacement seismograms for the inversion (Figure 7). A simple integration from BB velocities was done in CAIG, YAIG and TLIG. Figure 7 presents row data on the north-south component for the three closest stations. Although the maximum peak ground acceleration (PGA) was observed at ARIG (322 gal, $\square\square = 65$ km), a maximum displacement (PGD) of 4.2 cm was recorded in the closest station, MEIG ($\square = 34$ km). The maximum north-south PGA at ARIG is probably due

to site effects at high frequencies and/or the obliquity of the take-off angle for that station that should promote higher energy partition on the horizontal components. As mentioned earlier, anomalous low amplitude of the S-waves train at PLIG was observed. This can be clearly seen in the acceleration records where both P- and S-waves trains in that station have similar amplitude envelopes, as compared to the other two stations. Detailed CMT inversions with local data revealed the PLIG station to be located close to a S-wave nodal axis.

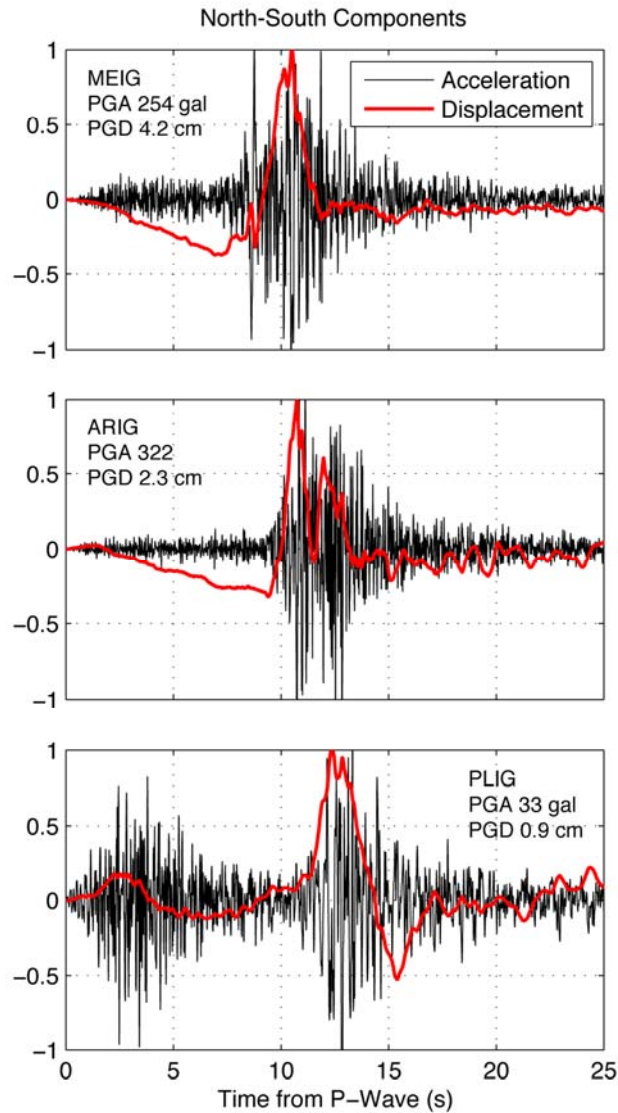


Figure 7 Observed raw data of the Zumpango earthquake at three different stations. Accelerations (solid black) and displacements (red).

By inspecting the displacement seismograms (red traces) at MEIG and ARIG sites, although a very nice and similar near-field ramp between the P and S waves arrivals is present in both

records, the width and shape of the S pulses are different. Two main observations come out: 1) the S train at MEIG to the east of the epicentre is wider (about 1.0 s) than the one observed to the north-west, at ARIG site; and 2) two separated pulses are observed at ARIG, while only one at MEIG. Despite the short rupture process of the earthquake (about ~3.5 s as measured from the width of the S-waves displacement pulses), these observations reveal complexity at the source (i.e. two main asperities) and suggest rupture directivity toward the east-southeast direction. To understand the source dynamic (i.e. spontaneous) history, the displacement seismograms at the six stations were band pass filtered between 0.02 Hz and 0.2 Hz and then inverted with our GA method. Before the inversion, the observed seismograms were cut at the P-wave arrival times and then aligned with the theoretical ones for the structure considered in our forward problem (Table 1, Figure 9). This choice is critical since a hypocentre misallocation would directly bias the source model as a consequence of wrong predictions of the S – P arrival times.

3.2. Dynamic-Source Inversion Results

We carried out several tests inverting the whole set of stations and considering both fault planes given by the CMT focal mechanism. However, to minimize undesired effects on the source parameters due to uncertainties in the propagation structure, we decided to invert first only for the closest four stations, namely MEIG, ARIG, PLIG and CAIG. 450 individuals conformed the model population in the multiscale GA inversion, consisting of 50 generations per step. This makes a total amount of 45,000 dynamic-source models tested during the entire procedure. Using 150 processors of our cluster Pohualli, each two-steps multiscale inversion lasted about 40 hrs. The explored model space was the same considered for the synthetic inversion and is shown in Table 2, except for the second inversion because its ranges are determined by the previous inversion. The numerical parameters for the forward problem were also the same and they are specified in Section 2.2. Based on the quality of the waveforms fits we have obtained after many inversions for both nodal planes, we concluded that the most likely to be the actual fault plane is the one dipping toward the south-southwest.

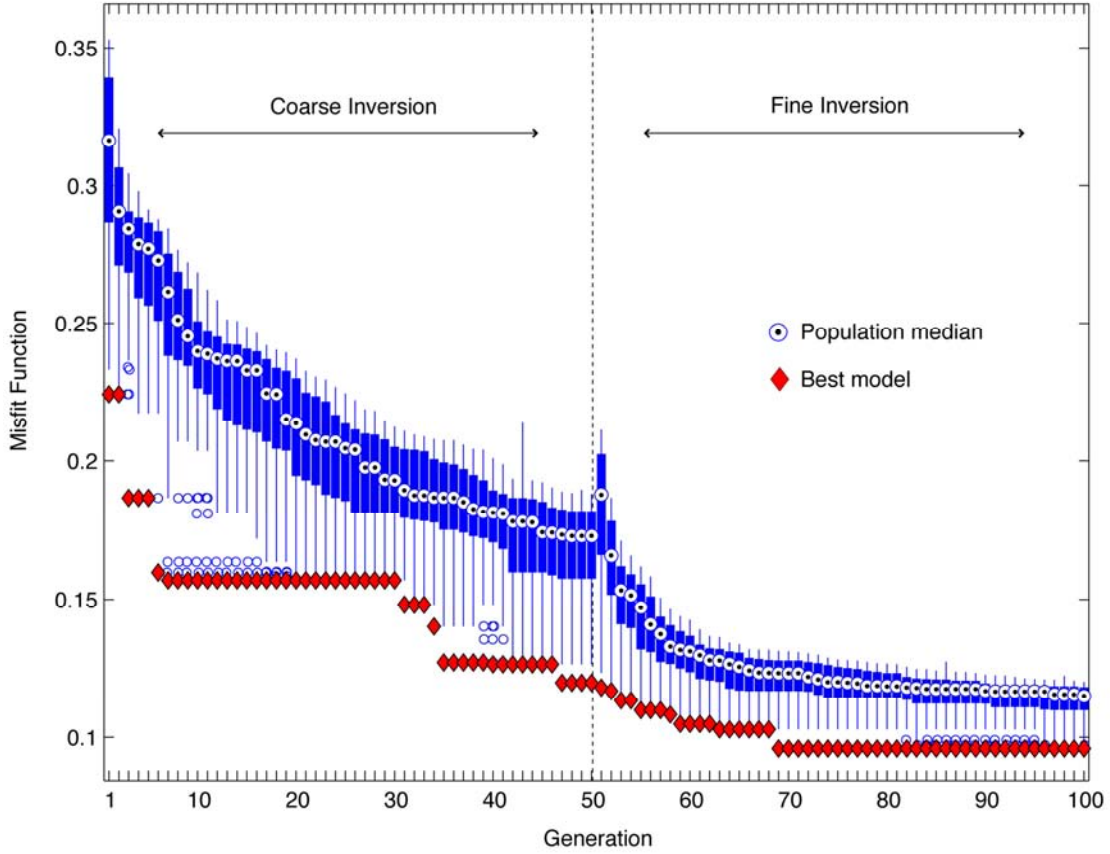


Figure 8 Misfit function evolution for the multiscale GA inversion of the Zumpango ground motion records.

Figure 8 presents the evolution of the misfit function, M (Equation 1), for the whole inversion procedure. Again, the multiscale approach reveals to be a powerful strategy. After the first 50 generations searching for solutions in a huge and coarsely sampled model space, the fine inversion significantly improved the problem solution by reducing 35% the misfit of the median value and 20% the best-fitting-model misfit. However, during the whole inversion, the population lying between the 25 and 75 percentiles (blue bars) remained significantly sparser with respect to the median than we found in the synthetic case. This was expected given the uncertainties in the model itself.

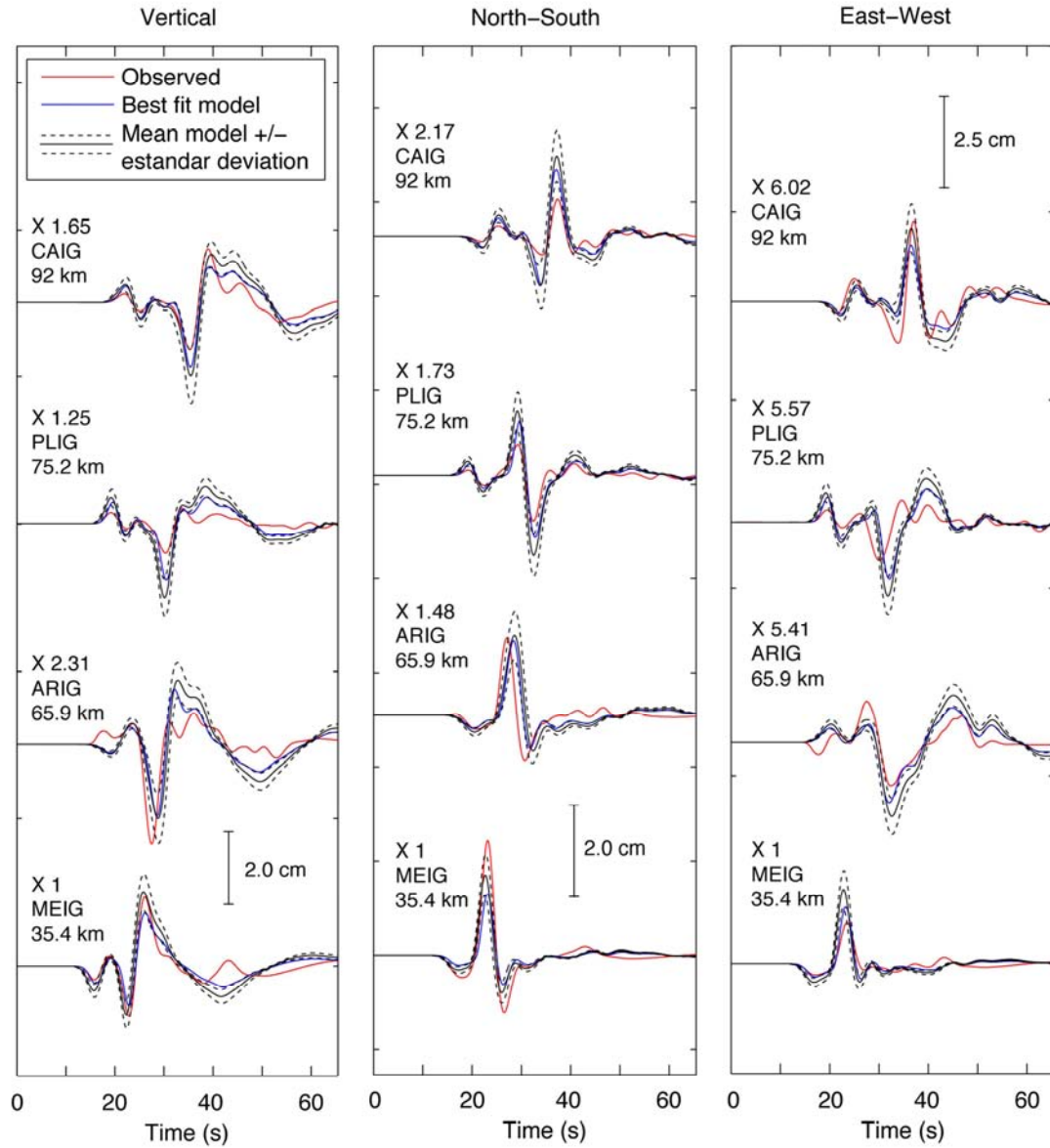


Figure 9 Zumpango earthquake seismograms fit.

A comparison of the observed seismograms (red curves) with those yielded by the inversion is shown in Figure 9. By asking the synthetics envelope to be such that $S_R = 100\%$ (Equation 2), our final set of solution models consists of 415 individuals. The average seismograms (black curves) from this sample along with the corresponding standard deviation envelope (black dotted curves) are also plot in the figure, with the synthetic waveforms associated to the best model solution in blue. The overall fit in the four stations is acceptable, although there still are some problems with the arrival time of the S-wave at ARIG and some amplitudes that, after many inversions of the event, we conclude they are not necessarily due to a mismatch in the focal mechanism.

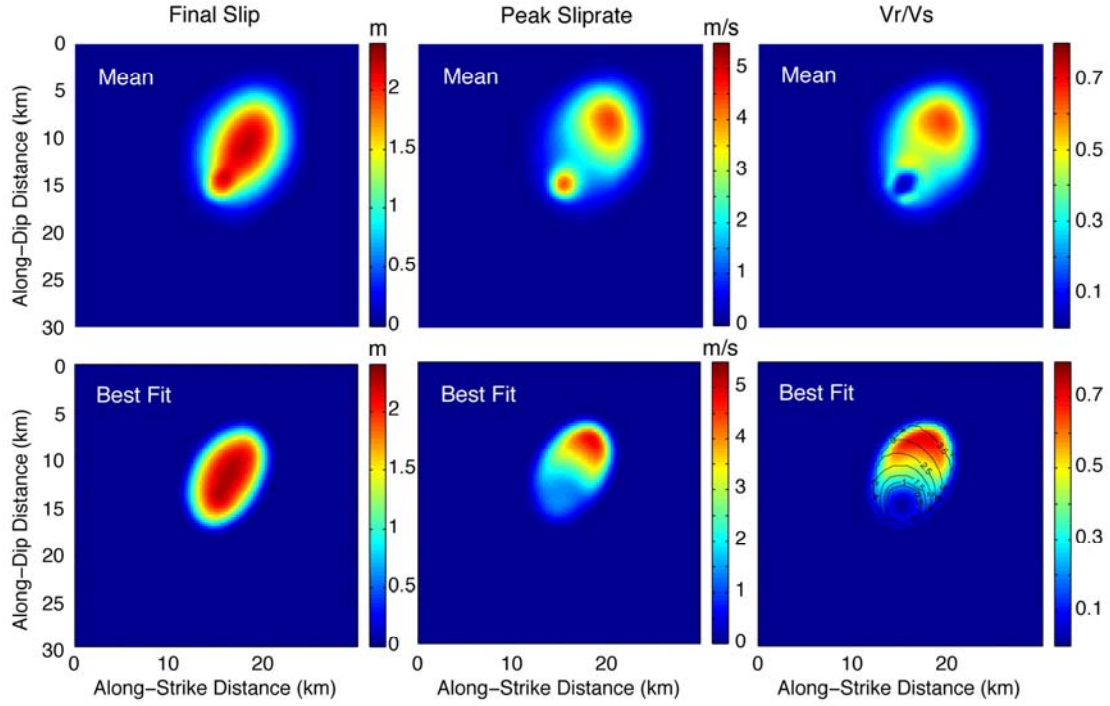


Figure 10 Fault solutions for the best and mean models of the Zumpango earthquake.

Our set of solution models is projected into the fault plane as a single source model through the weighted average given by Equation 4. The resulting quantities are shown in Figure 10, where the average source model (ASM) solution is plot in terms of the final slip, the peak slip rate, and the local rupture speed normalized by 4.7 km/s, the S-wave velocity at the hypocentre's depth (Table 1). For comparison, the best source model (BSM) solution is also shown in the same figure. As discussed earlier (Section 2.4), because of the uncertainties on the propagation medium and on both, the source location and mechanism, the ASM should be more representative of the earthquake's actual source than the BSM. Unmodeled effects related to these factors will much easily bias the BSM since the source variability, unresolved because of the uncertainties, is much better captured by the envelope around the ASM synthetic seismograms. Despite this, both models share important features, like the direction of rupture propagation, the locations of the slip rate maxima and the overall rupture speed variability. It is interesting to see that rupture propagated toward the east-southeast, as expected and discussed in Section 3.1 from the inspection of data. The values of the inverted parameters yielded by the modelling procedure are reported in Table 3.

Table 3 Inverted and estimated dynamic-source average parameters for the Zumpango earthquake. We report the weighted average model (*) and the best-fit model (+) solutions.

Inverted Parameters					Estimated Parameters						
σ_0 (MPa)	σ_0^n (MPa)	D_c (m)	σ_0	A (km ²)	S_f (m)	M_w	V_f/V_s	G (10 ¹⁵ J)	E_r (10 ¹⁵ J)	σ_0	σ_0
*30.2 ±6.1	61.0 ±8.3	0.75± 0.12	0.033± 0.0053	94.33 ±18.9	1.59± 0.22	6.64± 0.07	0.52± 0.09	1.74± 0.44	0.68± 0.36	0.27± 0.11	0.82 ±0.2
+32. 5	30.0	0.92	0.0314	69.5	1.52	6.55	0.59	1.47	0.37	0.2	0.69

3.3. Estimation of Dynamic-Source Parameters

Based on both the inverted and the kinematic parameters yield by our dynamic models, several interesting estimates of the source may be obtained. From the Volterra relationship (e.g. Kostrov, 1974; Aki and Richards, 2002), the potential energy change in the elastic volume where the source is embedded due to the rupture process is given by the following surface integral over the fault, Σ :

$$\Delta W = -\frac{1}{2} \iint S_f (\boldsymbol{\tau}_0 + \boldsymbol{\tau}_1) \boldsymbol{\nu} d\Sigma, \quad (5)$$

where S_f is the final slip in every fault point and $\boldsymbol{\nu}$ is the normal-fault unit vector. ΔW thus depends on the absolute stress levels before (tensor $\boldsymbol{\tau}_0$) and after (tensor $\boldsymbol{\tau}_1$) the rupture, which are very difficult to estimate from seismological observations (e.g. Spudich, 1998). Since the stress overshoots in rupture dynamics are smaller than 20% if there is any (Madariaga, 1976), we can assume the final fault traction to be $\boldsymbol{\tau}_1 \boldsymbol{\nu} = \tau_d = \mu_d \sigma_N$ in Equation 5. By neglecting the energy required for creating a new unit fault surface, $\iint 2\gamma_{eff} d\Sigma$, which is

a reasonable proxy along pre-existent faults, the total energy dissipation due to irreversible processes, heat and friction is given by

$$\iint d\Sigma \int_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{\tau}(t) \dot{S}(t) \boldsymbol{\nu} dt, \quad (6)$$

where $\boldsymbol{\tau}(t) \boldsymbol{\nu} = \tau(t)$ is the fault traction evolution and $\dot{S}(t)$ is the slip rate function, both integrated over the rise time $t_1 - t_0$ in every fault point. Notice that (6) also depends on the absolute stress level $\boldsymbol{\tau}(t)$ on the fault. Then, the radiated energy from the source, E_r , is given by the energy balance through the addition of (6) and (5):

$$E_r = \frac{1}{2} \iint S_f (\boldsymbol{\tau}_0 + \boldsymbol{\tau}_1) \boldsymbol{\nu} d\Sigma - \iint d\Sigma \int_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{\tau}(t) \dot{S}(t) \boldsymbol{\nu} dt. \quad (7)$$

By developing this expression it come out that the initial state of stress, $\boldsymbol{\tau}_0$, which is present in both terms of the right-hand side of the equation (implicit in the second term), cancels out (Rivera and Kanamori, 2005). Thus, expressing (7) in terms of fault tractions and carrying out the surface integrals, the equation can be rewritten as

$$E_r = A \left\{ \frac{1}{2} (\tau_0 - \tau_d) S_f - \int_{t_0}^{t_1} [\tau(t) - \tau_d] \dot{S}(t) dt \right\}, \quad (8)$$

where A is the rupture area. Since $\tau(t) - \tau_d = 0 \forall t \geq t_c$ for our slip-weakening friction law (where t_c is the stress breakdown time required for the slip, S , to reach the critical value D_c), and $dS = \dot{S}(t) dt$, Equation 8 may be expressed as:

$$E_r = A \left\{ \frac{1}{2} (\tau_0 - \tau_d) S_f - \int_0^{D_c} [\tau(S) - \tau_d] dS \right\}. \quad (9)$$

Both terms in the brackets represent cumulative quantities along the fault area. The first one, ΔW_0 , is the portion of the potential energy change that is not dissipated by heat or by any kind of irreversible process (Kanamori and Brodski, 2004). The second one,

$$G = \int_0^{D_c} [\tau(S) - \tau_d] dS, \quad (10)$$

is called the fracture energy or breakdown work (Tinti et al., 2005; Cocco et al., 2006) in the seismological community, and represents the work done by the cohesive forces (friction) during the stress breakdown.

One remarkable property of Equation 9 is that the radiated energy is not longer dependent on the absolute stress levels at the source. Instead, E_r may be estimated from the static stress drop $\Delta\tau = \tau_0 - \tau_d$. Besides, all quantities involved in the equation are known from our dynamic source models produced by the inversion. We can thus estimate the radiation efficiency

$$\eta_r = \frac{E_r}{E_r + G}, \quad (11)$$

which is an important parameter expressing the dynamic character of an earthquake (Husseini, 1977) and that has also been determined directly from seismological observation (e.g. Singh et al., 2004; Venkataraman and Kanamori, 2004). Another parameter revealing the dynamic criticality of earthquakes is the non-dimensional parameter Kappa, introduced by Madariaga and Olsen (2000), that may be expressed in terms of $S = (\tau_s - \tau_0)/\Delta\tau$ (Andrews, 1976) as

$$K = \frac{\Delta\tau}{\mu(S+1)} \cdot \frac{L}{D_c}, \quad (12)$$

where μ is the shear modulus and L represents a source characteristic length that, following Ruiz and Madariaga (2011), we took as the smallest semi-axis of the elliptical patch. Kappa has been also used to characterize the rupture process of several earthquakes in the literature (e.g. Madariaga and Olsen, 2000; Di Carli et al., 2010; Ruiz and Madariaga, 2011).

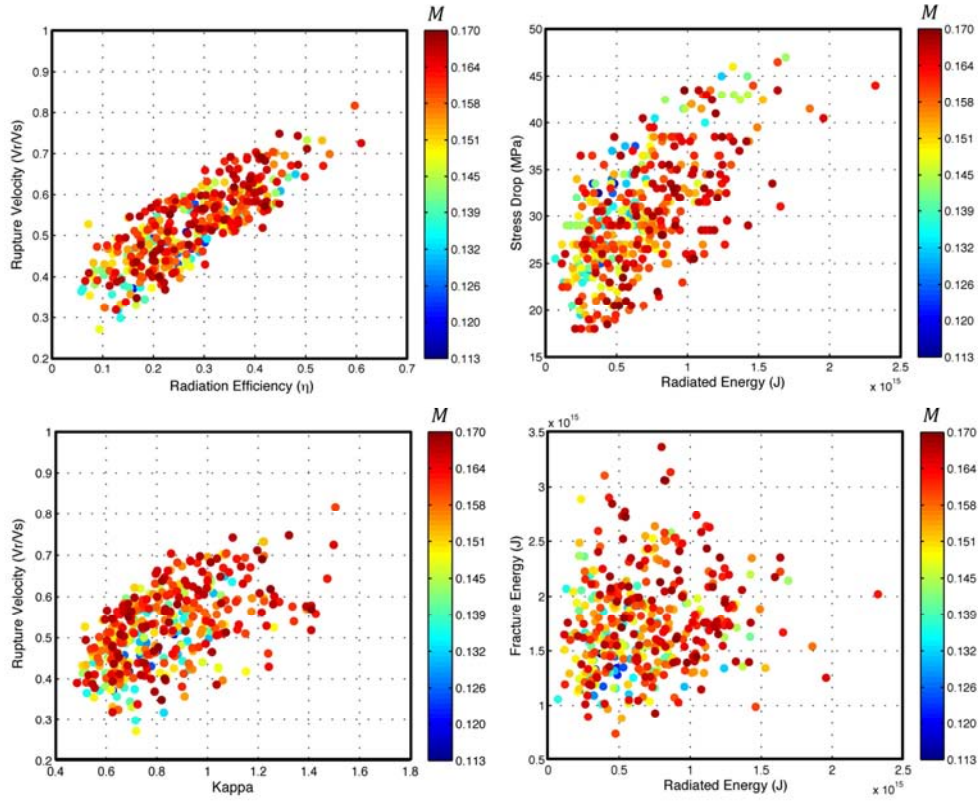


Figure 11 Diagram showing combinations of different source parameters determined for the Zumpango earthquake as a function of the misfit function M .

Table 3 reports the estimated dynamic-source parameters for the Zumpango earthquake using either Equations 9 to 12 or the models output kinematics averaged, all of them, over the rupture surface. Among them, there is the moment magnitude, M_w , the rupture velocity, V_r , and the final slip, S_f . Figure 11 finally shows the correlation between different source parameters as a function of the misfit function M .

4. Discussion and Conclusions

Our synthetic inversion test has shown that the elliptical-patch model parameterization we have chosen to describe the source dynamics is suitable for the GA method we have developed, provided that no uncertainties are present on both the propagation medium, and the source location and mechanism. Our GA multiscale approach revealed to be powerful enough to reconstruct the target model extraordinarily well (i.e. overall deviations from the target model smaller than 10%) in terms of the patch geometry and the dynamic rupture

parameters despite inverting waveforms in a low pass frequency range (between 0.02 and 0.25 Hz). Since the source duration of the target model is about 2.5 s (i.e. about half of the smallest periods in the inverted data), our theoretical results show that even though the observed seismograms are devoid of periods comparable to that duration, small-scale dynamic-source parameters strongly determine the macro-scale nature of the radiated field (i.e. long periods). Notices that, despite assuming constant the dynamic parameter over the elliptical patch, the rupture kinematics is complex in terms of local rupture velocities and peak slip rates, for instance (Figure 5).

When modelling real earthquakes, the uncertainties mentioned above are very important. They may significantly bias the source model when inverting the data. For this reason we follow the statistical approach to build our final source model, consisting of a set of solution models. Although the weighted average model found for the synthetic inversion is farther from the target solution than the best fitting one (i.e. roughly within the 20% of the target), we expect that model to be the most representative of the actual source process for real earthquakes. Since the set of solution models is such that the envelope of the associated seismograms explain as much as possible the data, the weighted average model contains information about the source parameters variability that cannot be resolved by the inversion, and provides uncertainty estimates on the model parameters.

Observed seismograms for the Zumpango earthquake in the closest two stations (MEIG and ARIG) give insights about a complex source process. Two clearly separated (about 1.3 s) S-wave displacement pulses were registered to the northwest (ARIG site) of the epicentre, while a shorter (about 1 s shorter) and unique pulse was observed to the east-northeast (MEIG site). This suggests both rupture directivity to the east-southeast and two energy release patches during the rupture process. Our inversion results reveal an average subshear and relatively slow rupture speed of $V_r/V_s = 0.52 \pm 0.09$ (i.e. 2.44 ± 0.42 km/s) and to patches with high slip rates separated about 5 km, the first one at the hypocentre and the second one shallower to the east-southeast. This satisfies our expectations from the data inspection. However, our simple source model is not able to explain satisfactorily well the width and the arrival time of the S-wave pulse at ARIG (Figure 9), which may be due to an excessive directivity effect.

The main source parameters, like the average final slip ($S_f = 1.59 \pm 0.22$ m) and the rupture area ($A = 94.3 \pm 18.9$ km²), have uncertainty ranges within the 20% of the mean values, which are translated into a much more robust estimate of the moment magnitude of $M_w = 6.64 \pm 0.07$. This magnitude is 0.2 degrees larger than the one reported by both the GCMT and the SSN, and was always consistent in the numerous inversion tests we performed of the earthquake. Concerning the static stress drop $\Delta\sigma$, the value we obtained within the elliptical patch was 30.2 ± 6.1 MPa. This value is accordance with previous estimates for intraslab earthquakes in central Mexico, which have been determined around 30 MPa (Singh et al., 2000; Iglesias et al., 2002; García et al., 2004; Pérez-Campos et al., 2010). The radiated and fracture energies for the Zumpango earthquake were determined as $E_r = 6.8 \pm 0.36 \times 10^{14}$ J and $G = 1.74 \pm 0.44 \times 10^{15}$ J, which make this event to have a relatively low radiation efficiency of $\eta = 0.27 \pm 0.11$. As compared to other studies and types of earthquakes (Venkataraman and Kanamori, 2004; Singh et al., 2004), our estimate is inside the range reported for most of earthquakes, which have η values higher than 0.25 (including similar-depth intraplate events), and above the deep and Tsunami quakes. Despite the relatively low efficiency of the Zumpango earthquake (i.e. huge amount of energy dissipation), the radiated energy is high and well in accordance with the value found by Pérez-Campos et al. (2003) after conciliating teleseismic and regional estimates ($E_r = 5.0 \times 10^{14}$ J), for the normal-intraplate Tehuacán earthquake of 15 June 1999, which was a slightly larger event ($M_w = 6.9$) with about the same depth (Singh et al., 1999). Concerning our fracture energy estimate, when compared with the regression between the seismic moment (M_0) and G for sixteen earthquakes by Cocco et al. (2006), a magnitude $M_w = 6.6$ would have $G = 1.0 \times 10^{15}$ J, which is within the 40% of our estimate for the Zumpango earthquake. It is interesting to point out that the regression by Cocco et al. was done from estimates for shallow intraplate events (crustal earthquakes), which could be expected to dissipate less fracture energy than an intermediate quake, like the 62 km depth Zumpango event, subject to much higher compressional stresses.

5. Acknowledgements

We are grateful to Arturo Iglesias for his advice in the Zumpango earthquake relocation and mechanism, as well as for suggestions regarding the optimization of the GA method. We

thank Sergio Ruiz, Jean Virieux and Víctor Hugo Espíndola for fruitful discussions. This work was possible thanks to the UNAM-PAPIIT grant number IN119409, the Mexican “Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología” (CONACyT) under the grant number 80205, and partially supported by the French “Agence Nationale de la Recherche” under the grant ANR-2011-BS56-017.

6. References

Aki, K. (1979), Characterization of barriers on an earthquake fault, *J. Geophys. Res.*, 84(B11), 6140–6148.

Andrews, D.J., 1976. Rupture velocity of plane strain shear cracks, *J. geophys. Res.*, 81, 5679–5687.

Bouchon, M. (1981), A simple method to calculate Green’s functions for elastic layered media, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 71, 959–971.

Bouchon, M. and K. Aki (1977). Discrete wave number representation of seismic source wave fields, *Bull. Seism. Soc. Am.* Piatanesi, A., E. Tinti, M. Cocco, and E. Fukuyama (2004), *The dependence of traction evolution on the earthquake source time function adopted in kinematic rupture models*, *Geophys. Res. Lett.*, 31, L04609, doi:10.1029/2003GL019225.67, 259-277.

Bouchon, M., M. Campillo, and F. Cotton (1998), Stress field associated with the rupture of the 1992 Landers, California, earthquake and its implication concerning the fault strength at the onset of the earthquake, *J. Geophys. Res.*, 103, 21,091–21,097, doi:10.1029/98JB01982.

Brocher, T. M. (2008) Key elements of regional seismic velocity models for long period ground motion simulations. *J Seismol.* 12:217–221, DOI 10.1007/s10950-007-9061-3.

Brune, J. N. (1970). Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes, *J. Geophys. Res.* 75, 4997-5009.

Brune, J. N. (1971). Correction, *J. Geophys. Res.* 76, 5002.

Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 81, No. 6, pp. 2254 2267, December 1991

Burridge, R., G. Kohn and L. B. Freund (1979) The stability of rapid mode II shear crack with

finite cohesive friction. *J. Geophys. Res.*, 85, 2210-2222.

Campillo, M., S. K. Singh, N. Shapiro, J. Pacheco, and R. B. Herrmann (1996). Crustal structure south of the Mexican volcanic belt, based on group velocity dispersion, *Geophys. Intern.* 35, 361-370.

Cocco, M., P. Spudich, and E. Tinti (2006), On the mechanical work absorbed on faults during earthquake ruptures, in *Earthquakes: Radiated Energy and the Physics of Faulting*, *Geophys. Monogr. Ser.*, vol. 170, ed. R. Abercrombie et al., pp. 237–254, AGU, Washington, D. C., doi:10.1029/170GM24.

Corish, S. C., R. Bradley, and K. B. Olsen (2007), Assessment of a Nonlinear Dynamic Rupture Inversion Technique. *Bull. Seismol. Soc. Am.* Vol. 97, No. 3, pp. 901–914, doi: 10.1785/0120060066.

Cotton, F. and O. Coutant (1997), Dynamic stress variations due to shear faults in a plane-layered medium, *Geophys. J. Int.*, 128, 676–688.

Cotton, F., and M. Campillo (1995), Frequency domain inversion of strong motions-application to the 1992 Landers earthquake, *J. Geophys. Res.*, 100(B3), 3961–3975.

Coutant, O., 1989. Program of Numerical Simulation AXITRA. Res. Report LGIT, Grenoble, in French.

Cruz-Atienza V. M. and K. B. Olsen, (2010). Supershear Mach-Waves Expose the Fault Breakdown Slip. Special Issue in 'Earthquake Supershear Rupture Speeds', ed. S. Das and M. Bouchon, Elsevier, *Tectonophysics*, 493, 285-296, doi:10.1016/j.tecto.2010.05.012.

Cruz-Atienza V. M., A. Iglesias, J. F. Pacheco, N. M. Shapiro and S. K. Singh. (2010). Crustal structure below the Valley of Mexico estimated from receiver functions. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 100, 3304-3311, doi:10.1785/0120100051.

Cruz-Atienza, V. M., and J. Virieux, (2004), Dynamic rupture simulation of non-planar faults with a finite-difference approach: *Geophysical Journal International*, 158, 939–954.

Cruz-Atienza, V. M., J. Virieux, and H. Aochi (2007). 3D finite-difference dynamic-rupture modelling along non-planar faults, *Geophysics* 72, SM123, doi 10.1190/1.2766756.

Cruz-Atienza, V. M., K. B. Olsen, L. A. Dalguer, (2009). Estimation of the breakdown slip

from strong-motion seismograms: insights from numerical experiments. *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 99, 3454–3469. doi:10.1785/0120080330.

Dalguer, L. A., and S. Day (2007). Staggered-grid split-node method for spontaneous rupture simulation, *J. Geophys. Res.* 112, B02302, doi 10.1029/2006JB004467.

Das, S. and B. K. Kostrov (1990) Inversion for Seismic Slip Rate History and Distribution With Stabilizing Constraints: Application to the 1986 Andreanof Islands Earthquake. *JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH*, VOL. 95, NO. B5, PP. 6899-6913, doi:10.1029/JB095iB05p06899.

Das, S., and K. Aki (1977), Fault plane with barriers: A versatile earthquake model, *J. Geophys. Res.*, 82(36), 5658–5670.

Das, S., and K. Aki (1977), Fault plane with barriers-versatile earthquake model, *J. Geophys. Res.*, 82, 5658–5670, doi:10.1029/JB082i036p05658.

Day, S. M., (1982), Three-dimensional simulation of spontaneous rupture: The effect of nonuniform prestress: *Bulletin of the Seismological Society of America*, 72, 1881–1902.

Di Carli, S., C. Francois-Holden, S. Peyrat, and R. Madariaga (2010), Dynamic inversion of the 2000 Tottori earthquake based on elliptical subfault approximations, *J. Geophys. Res.*, 115, B12328, doi:10.1029/2009JB006358.

Díaz-Mojica, J. (2012) Inversión de la dinámica de sismos mexicanos. McS thesis, Posgrado en Ciencias de la Tierra, Instituto de Geofísica, UNAM.

Eissler, H., L. Astiz, and H. Kanamori (1986). Tectonic setting and source parameters of the September 19, 1985 Michoacan, Mexico, earthquake, *Geophys. Res. Letters* 13, 569-572.

Fernández de Vega, Francisco and Erick Cantú-Paz (2010) Parallel and Distributed Computational Intelligence, in *Studies in Computational Intelligence*, Volume 269, Springer, DOI: 10.1007/978-3-642-10675-0.

Freund, L. B. (1989) *Dynamic fracture mechanics*. Cambridge University Press, U.K.

Fukuyama, E., and T. Mikumo (1993), Dynamic rupture analysis: Inversion for the source process of the 1990 Izu Oshima, Japan earthquake (M6.5), *J. Geophys. Res.*, 98, 6529–6542, doi:10.1029/92JB02451.

- García, D., S. K. Singh, M. Herraíz, J. F. Pacheco, and M. Ordaz (2004), Inslab earthquakes of central Mexico: Q, source spectra and stress drop, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 94, 789– 802.
- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 432 pp.
- Guatteri, M., and P. Spudich (2000), What can strong-motion data tell us about slip-eakening fault friction laws?, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 90, 98–116, doi:10.1785/0119990053.
- Guatteri, M., Spudich, P., 2000. What can strong motion data tell us about slipweakening fault friction laws? *Bull. Seismol. Soc. Am.* 90, 98–116.
- Hartzell, S. H., and T. H. Heaton (1983), Inversion of strong ground motion and teleseismic waveform data for the fault rupture history of the 1979 Imperial Valley, California, earthquake, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 73, 1553–1583.
- Holland, J. H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan, 228 pp.
- Husseini, M.I., 1977. Energy balance for motion along a fault. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 49: 699-714.
- Ida, Y. (1972), Cohesive force across tip of a longitudinal-shear crack Griffith specific surface-energy, *J. Geophys. Res.*, 77, 3796–3805, doi:10.1029/ JB077i020p03796.
- Ide, S., and M. Takeo (1997), Determination of constitutive relations of fault slip based on seismic waves analysis, *J. Geophys. Res.*, 102, 27,379–27,391.
- Iglesias A., V. M. Cruz-Atienza, N. M Shapiro, S. K. Singh and J. F. Pacheco. Crustal structure of south-central Mexico estimated from the inversion of surface waves dispersion curves using genetic and simulated annealing algorithms. *Geofísica Internacional*, 40, 181-190, 2001.
- Iglesias, A., S.K. Singh, J.F. Pacheco y M. Ordaz. 2002. A Source and Wave Propagation Study of the Copalillo, Mexico Earthquake of July 21, 2000 (Mw=5.9): Implications for Seismic Hazard in Mexico City from Inslab Earthquakes. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 92, 1060-1071

James R. Humphrey, Jr. And John G. Anderson, Seismic Source Parameters From The Guerrero Subduction Zone, *Bulletin Of The Seismological Society Of America*, Vol. 84, No. 6, Pp. 1754-1769, December 1994.

Kanamori, H. and E. E. Brodsky (2004) The physics of earthquakes. *Reports On Progress in Physics*, Institute of Physics Publishing, Rep. Prog. Phys. 67, 1429–1496.

Kanamori, H., and G. S. Stewart (1978), Seismological aspects of the Guatemala earthquake of February 4, 1976, *J. Geophys. Res.*, 83, 3427–3434, doi:10.1029/JB083iB07p03427.

Kanamori, H., J. Mori, E. Hauksson, T. H. Heaton, L. K. Hutton, and L. M. Jones (1993). Determination of earthquake energy release and ML using terrascope, *Bull. Seism. Soc. Am.* 83, 330–346.

Kim, Y., R. W. Clayton, and J. M. Jackson (2010), Geometry and seismic properties of the subducting Cocos plate in central Mexico, *J. Geophys. Res.*, 115, B06310, doi:10.1029/2009JB006942.

Kostrov, B.V., 1974. Seismic moment and energy of earthquakes, and seismic flow of rock [Engl. transl.], *Izv. Earth Phys.*, 1, 23–40.

Langston, C. A. and D. V. Helmberger (1975). A procedure for modeling shallow dislocation sources, *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 42, 117-130.

Lemoine, A., R. Madariaga, J. Campos (2002) Slab-pull and slab-push earthquakes in the Mexican, Chilean and Peruvian subduction zones. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 132, 1–3, 157–175.

Madariaga, R. (1979), On the relation between seismic moment and stress drop in the presence of stress and strength heterogeneity, *J. Geophys. Res.*, 84, 2243–2250, doi:10.1029/JB084iB05p02243.

Madariaga, R., 1976, Dynamics of an expanding circular fault: *Bulletin of the Seismological Society of America*, 66, 639–666.

Madariaga, R., and K. B. Olsen (2000), Criticality of rupture dynamics in 3-D, *Pure Appl. Geophys.*, 157, 1981–2001, doi:10.1007/PL00001071.

Madariaga, R., K. B. Olsen, and R. Archuleta (1998), Modeling dynamic rupture in a 3D earthquake fault model, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 88, 1182–1197.

Marcinkovich, C., and K. Olsen (2003), On the implementation of perfectly matched layers in a three-dimensional fourth-order velocity-stress finite difference scheme, *J. Geophys. Res.*, 108(B5), 2276, doi:10.1029/2002JB002235.

Mikumo, T., and T. Miyatake, (1978), Dynamical rupture process on a threedimensional fault with non-uniform frictions and near field seismic waves: *Geophysical Journal of theRoyalAstronomical Society*, 54, 417–438.

Mikumo, T., and T. Miyatake, (1993), Dynamic rupture processes on a dipping fault, and estimate of stress drop and strength excess from the results of waveform inversion: *Geophysical Journal International*, 112, 481–496.

Mikumo, T., T. Miyatake, and M. A. Santoyo (1998). Dynamic rupture of asperities and stress change during a sequence of large interplate earthquakes in the Mexican subduction zone, *Bull. Seismol. Soc. Am.* 85, 686–702.

Olsen, K. B., R. Madariaga, and R. J. Archuleta (1997), Three-dimensional dynamic simulation of the 1992 Landers earthquake, *Science*, 278, 834–838.

Olsen, K. B., S. M. Day, L. A. Dalguer, J. Mayhew,¹ Y. Cui, J. Zhu, V. M. Cruz-Atienza, D. Roten, P. Maechling, T. H. Jordan, D. Okaya, and A. Chourasia et al. (2009), ShakeOut-D: Ground motion estimates using an ensemble of large earthquakes on the southern San Andreas fault with spontaneous rupture propagation, *Geophys. Res. Lett.*, 36, L04303, doi:10.1029/2008GL036832.

Pacheco, J. F., and S. K. Singh (2010), Seismicity and state of stress in Guerrero segment of the Mexican subduction zone, *J. Geophys. Res.*, 115, B01303, doi:10.1029/2009JB006453.

Palmer, A., and J. R. Rice, 1973, The grow of slip surfaces in the progressive failure of overconsolidated clay: *Proceedings of the Royal Society of London, seriesA*, 332, 527–548.

Pérez-Campos, X., S. K. Singh, A. Iglesias, L. Alcántara, M. Ordaz and D. Legrand, et al. (2010) Intralab Mexican earthquakes of 27 April 2009 (Mw5.8) and 22 May 2009 (Mw5.6): a source and ground motion study. *Geofísica Internacional* 49 (3), 153-163.

Pérez-Campos, X., S. K. Singh, and G. C. Beroza (2003) Reconciling Teleseismic and Regional Estimates of Seismic Energy. *Bull. Seismol. Soc. Am.* Vol. 93, No. 5, pp. 2123–2130.

Pérez-Campos, X., Y. Kim, A. Husker, P. M. Davis, R. W. Clayton, A. Iglesias, J. F. Pacheco, S. K. Singh, V. C. Manea, and M. Gurnis (2008), Horizontal subduction and truncation of the Cocos Plate beneath central Mexico, *Geophys. Res. Lett.*, 35, L18303, doi:10.1029/2008GL035127.

Peyrat, S. & Favreau, P., 2010. Kinematic and spontaneous rupture models of the 2005 Tarapacá intermediate depth, *Geophys. J. Int.*, 181, 369–381.

Peyrat, S., and K. B. Olsen (2004), Nonlinear dynamic rupture inversion of the 2000 Western Tottori, Japan, earthquake, *Geophys. Res. Lett.*, 31, L05604, doi:10.1029/2003GL019058.

Peyrat, S., K. Olsen, and R. Madariaga (2001), Dynamic modeling of the 1992 Landers earthquake, *J. Geophys. Res.*, 106, 26,467–26,482, doi:10.1029/2001JB000205.

Rivera, L., and Kanamori, H., 2005, Representations of the radiated energy in earthquakes: *Geophysical Journal International*, v. 162 (1), p.148-155, doi: 10.1111/j.1365-246X.2005.02648.x

Ruiz, S., and R. Madariaga (2011), Determination of the friction law parameters of the Mw 6.7 Michilla earthquake in northern Chile by dynamic inversion, *Geophys. Res. Lett.*, 38, L09317, doi:10.1029/2011GL047147.

S. K. Singh, E. Mena, And R. Castro Some Aspects Of Source Characteristics Of The 19 September 1985 Michoacan Earthquake And Ground Motion Amplification In And Near Mexico City From Strong Motion Data. *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 78, No. 2, pp. 451-477, April 1988.

Sambridge, M. (1999), Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm—I. Searching a parameter space, *Geophys. J. Int.*, 138, 479–494, doi:10.1046/j.1365-246X.1999.00876.

Singh S. K., J. F. Pacheco, B. K. Bansal, X. Pérez-Campos, R. S. Dattatrayam, and G. Suresh. (2004) A Source Study of the Bhuj, India, Earthquake of 26 January 2001 (Mw 7.6) *Bull. Seismol. Soc. Am.*, Vol. 94, No. 4, pp. 1195–1206.

Singh, S. K., M. Ordaz, J. F. Pacheco, R. Quaas, L. Alcántara, S. Alcocer, C. Gutierrez, R. Meli, and E. Ovando. (1999) A Preliminary Report on the Tehuacán, Mexico Earthquake of June 15, 1999 ($M_w=7.0$). *Seismological Research Letters* Volume 70, Number 5, 489-504.

Singh, S. K., M. Ordaz, L. Alcántara, N. Shapiro, V. Kostoglodov, J.F. Pacheco, S. Alcocer, C. Gutierrez, R. Quaas, T. Mikumo, and E. Ovando (2000), The Oaxaca earthquake of September 30, 1999 ($M_w = 7.5$): A normal faulting event in the subducted Cocos plate, *Seismol. Res. Lett.*, 71, 67–78.

Spudich, P. K. P. (1992). On the inference of absolute stress levels from seismic radiation, *Tectonophysics* 211, 99–106.

Spudich, P., Guatteri, M., 2004. The effect of bandwidth limitations on the inference of earthquake slip-weakening distance from seismograms. *Bull. Seismol. Soc. Am.* 94, 2028–2036.

Tago J., V. M. Cruz-Atienza; J. Virieux; V. Etienne; F. J. Sánchez-Sesma. 3D hp-Adaptive Discontinuous Galerkin Method for Modeling Earthquake Dynamics. Submitted to the *Journal of Geophysical Research*, March, 2012.

Tinti, E., P. Spudich, and M. Cocco (2005), Earthquake fracture energy inferred from kinematic rupture models on extended faults, *J. Geophys. Res.*, 110, B12303, doi:10.1029/2005JB003644

Vallée, M., and M. Bouchon (2004), Imaging coseismic rupture in far field by slip patches, *Geophys. J. Int.*, 156, 615–630.

Venkataraman, A., and H. Kanamori (2004), Observational constraints on the fracture energy of subduction zone earthquakes, *J. Geophys. Res.*, 109, B05302, doi:10.1029/2003JB002549.

Vidal And Luis Mungoia, Local Magnitude And Source Parameters For Earthquakes In The Peninsular Ranges Of Baja California, Mexico