INSTITUTO DE INGENIERIA

ECUACIONES CONSTITUTIVAS DE LOS SUELOS

ISMAEL HERRERA

MARZO 1976 370

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

ECUACIONES CONSTITUTIVAS DE LOS SUELOS

ISMAEL HERRERA *

* INVESTIGADOR, INSTITUTO DE GEOFISICA , UNAM
ASESOR CONSULTOR, INSTITUTO DE INGENIERIA, UNAM

RESUMEN

1. INTRODUCCION 1

2. CONSIDERACIONES DE MECANICA DE LOS MEDIOS CONTINUOS 7

2.1 *Hipótesis de los esfuerzos efectivos* 8

2.2 *Postulados fundamentales* 10

2.3 *Postulado de independencia del sistema de referencia* 12

2.4 *Materiales simples* 14

2.5 *Restricciones impuestas por simetrías del material* 19

3. INVESTIGACION SOBRE ECUACIONES CONSTITUTIVAS DE LOS SUELOS 21

3.1 *Características generales del comportamiento macroscópico de los suelos* 24

3.2 *Clasificación del comportamiento macroscópico* 40

3.3 *Selección, especialización y desarrollo de modelos reológicos* 44

3.4 *Criterios de selección de tipo inductivo y causal* 59

4. CONCLUSIONES 71

4.1 *Metodología para la incorporación de información sobre el comportamiento en las ecuaciones constitutivas* 74

4.2 *Otras recomendaciones* 76

5. RECONOCIMIENTO 87

6. REFERENCIAS 89

FIGURAS 105

ABSTRACT

A general framework for the conceptualization of the problems associated with the formulation of constitutive for soils, is presented. This frame work is set within the general theory of Continuum Mechanics. Starting from basic considerations of Continuum Mechanics, it is shown that theoret ically the problem of formulation of constitutive equations is essentially one in which it is required to develop methods enabling to go sistematically from wide classes of equations to other more restricted classes, in such a may that it be assured that the materials considered be kept as particular cases of those so obtained. It is presented á classification of the studies that are required to develop more efficient methods for the formulation of constitutive equations, which is based on the above discussion. The need to establish criteria of inductive and casual types for the selection of rheological models, is emphasized and it is suggested that a methodology similar to the one used in Continuum Mechanics for the formulation of constitutive equations of general type, is suitable for this purpose. As an example, a critical analysis of the concept of preconsolidation is carried out.

RESUMEN

Se presenta un marco general de los problemas asociados a la formulación de las ecuaciones constitutivas de los suelos. Con base en consideraciones generales de mecánica de los medios continuos, se hace hincapié en que, desde el punto de vista teórico, el problema de las ecuaciones constitutivas estriba en desarrollar métodos para pasar en forma sistemática de clases de ecuaciones más amplias a otras más restringidas, en forma tal que se asegure que el material o materiales que se consideren se mantengan como un caso particular de estas últimas; al respecto, se presenta una clasificación de los estudios que es necesario efectuar. Se hace énfasis en la necesidad de establecer criterios de tipo inductivo y causal para la selección de modelos reológicos a través de una metodología semejante a la que se emplea en mecánica de los medios continuos para ecuaciones constitutivas de tipo general. Para ejemplificar, se lleva a cabo un análisis crítico del concepto de preconsolidación.

1. INTRODUCCION

Los ingenieros han subdividido el problema general de los suelos en dos grandes categorías: *a*) determinación de desplazamientos y *b*) determinación de condiciones de falla. Esta subdivisión artificial, aunque simplificadora, trae consigo muchas dificultades derivadas de la interrelación que existe entre ambos problemas.

Por muchos años, y en gran medida aun en la actualidad, una parte importante del desarrollo teórico de mecánica de suelos ha consistido en la obtención de soluciones, dentro de los límites de la elasticidad lineal clásica, de problemas cuya complejidad geométrica ha sido creciente. Además, para condiciones de falla, se desarrollaron métodos para analizar problemas de plasticidad aplicada a materiales con las propiedades de suelos idealizados.

Lo anterior había reducido las tareas del ingeniero de suelos a la de buscar alguna idealización de su problema real en forma tal que correspondiera a alguno cuya solución fuera conocida, y a obtener propiedades linealizadas o características de falla de los suelos para insertarlas en sus soluciones analíticas.

Debido a la complejidad de los cálculos en el caso de un sólido linealmente elástico, era obvio que para materiales no lineales e histeréticos resultaba imposible lograr soluciones. Consecuentemente, los ingenieros de suelos no habían mostrado hasta muy recientemente interés por obtener las ecuaciones constitutivas correspondientes. En cambio, desarrollaron un método para tomar en cuenta de manera aproximada las propiedades reales de los suelos, en el cual los esfuerzos en una región de suelo, debidos a una carga aplicada, se obtienen mediante la teoría elástica lineal; luego se recogen muestras de diversas partes de la zona que soporta la estructura objeto del estudio, a las que se les aplican esfuerzos iguales a los dados por la teoría elástica lineal. Se supone que los desplazamientos verticales medidos son los que ocurren en la situación real. Este método puede incurrir en errores importantes cuando la masa de suelo no se aproxima suficientemente a un medio seminfinito; por ejemplo, muros de contención, presas de tierra, etc.

Sin embargo, desde hace mucho se reconoce que el comportamiento del suelo no es ni idealmente elástico ni idealmente plástico, y que fenómenos tales como los asentamientos secundarios que contribuyen en forma sustancial a los asentamientos observados en estructuras soportadas por algunos suelos, no son tomados en cuenta cuando se supone comportamiento lineal de los suelos en consolidación. En la actualidad no hay razón para no considerar estos fenómenos, ya que el progreso en las computadoras electrónicas, auna

do al de métodos numéricos como el de elementos finitos, permiten el cálculo matemático de esta clase de problemas, por lo que las limitaciones que existen en el análisis se derivan de falta de conocimientos sobre el comportamiento de los suelos en las diversas condiciones de esfuerzo. Como consecuencia, en años recientes el interés en las ecuaciones constitutivas ha aumentado notablemente y se han desarrollado métodos de prueba para determinar con mayor precisión el comportamiento de los suelos, aunque todavía ha sido limitado y poco riguroso el uso que se ha hecho de los resultados de estas investigaciones en aplicaciones de campo. Es de esperarse que en los próximos años una gran parte de las investigaciones en mecánica de suelos tenga por objeto ampliar el conocimiento de sus ecuaciones constitutivas.

Desde un punto de vista nacional, es deseable beneficiarnos con estos desarrollos e incorporarlos tan pronto como sea posible a la práctica de la ingeniería. Para lograrlo es necesario efectuar estudios e investigaciones orientados a asimilar el conocimiento que se genera en el ámbito mundial, adaptarlo a nuestras condiciones locales, y contribuir a ampliarlo cuando sea posible mediante aportaciones originales. El interés en México en las relaciones esfuerzo-deformación de los suelos ha existido desde hace tiempo (Reséndiz, 1970; Marsal, 1973; Juárez Badillo y Rico Rodríguez, 1974), y en la actualidad el Instituto de Ingeniería, UNAM, lleva a cabo un programa de investigaciones sobre las ecuaciones constitutivas de esta clase de materiales.

Este trabajo tuvo su origen en la necesidad de desarrollar un marco teórico más completo que permitiera obtener mayores beneficios de los resultados experimentales, y la conveniencia de que una persona con escasos conocimientos en mecánica de suelos revisara la situación en que internacionalmen

te se encuentra el problema de las ecuaciones constitutivas de los suelos; la idea era que en este examen no se introdujeran ideas preconcebidas que estorbaran el surgimiento de nuevos puntos de vista. Debido a ello, se puede decir que el propósito principal del proyecto es que una persona neófita en mecánica de suelos presente sus puntos de vista sobre la formulación de las ecuaciones constitutivas correspondientes, señalando aquellos aspectos que, cuando se toman en cuenta resultados de mecánica de los medios continuos, puedan aparecer como limitaciones o como áreas que ameritan ser investigadas más ampliamente. Aunque su desarrollo ha requerido apoyarse en estados del arte elaborados por otros autores, de ninguna manera pretende ser un estado actual del conocimiento, puesto que el planteamiento que se hizo del estudio es evidentemente inapropiado para este propósito.

La información en que se apoya la concepción del problema de las ecuaciones constitutivas de los suelos que aquí se presenta, ha sido tomada principalmente de cuatro referencias centrales en el desarrollo del proyecto:

Poulos, S J, "The stress-strain curves of soils" (ene, 1971)

Reséndiz, D, "Las relaciones esfuerzo-deformación de los suelos: una revisión de enfoques", *Instituto de Ingeniería, UNAM*, 247 (1970)

Roscoe, K H y Burland, J B, "On the generalized stress-strain behaviour of *wet* clay", Engineering Plasticity, Papers for a Conference held in Cambridge, (mar, 1968). *Ed. J. Heyman y F. A. Leckie, Cambridge University Press* (1968)

Scott, R F, y Ko, H Y, "Stress-deformation and strength characteristics", State of the Art Volume, *VII International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, México (1969).

Todo ello se ha complementado en los aspectos en que ha sido necesario con las referencias dadas en la bibliografía. Se reconoce de antemano que seguramente habrá cuestiones importantes que se escapen, pero es irremediable en un proyecto de esta naturaleza.

El informe consta de tres capítulos además del introductorio. En el cap 2 se hacen consideraciones de mecánica de los medios continuos, a fin de ubicar el problema de las ecuaciones constitutivas de los suelos en este marco general, y en el cap 3 se muestra que desde el punto de vista teóri co, el problema de las ecuaciones constitutivas estriba en desarrollar mé todos para pasar en forma sistemática de clases de ecuaciones más amplias a otras más restringidas, sin eliminar las correspondientes al material o materiales que se consideren. Con base en ello, el estudio de las ecua ciones constitutivas se divide en:

a) Comportamiento macroscópico real de los suelos

b) Clasificación de tipos de comportamiento macroscópico

c) Selección y especialización de modelos reológicos

d) Desarrollo de criterios de tipo inductivo y causal para selec cionar modelos reológicos.

Entre los estudios orientados a establecer criterios de tipo causal, desta can los que se ocupan de la estructura y comportamiento microscópico, y los que intentan desarrollar métodos para incorporar esta información en las ecuaciones constitutivas. El cap 3 es el más extenso debido a que en él se describen, aunque en forma sucinta, las investigaciones realizadas en estos campos. Finalmente, en el cap 4 se formulan las conclusiones y reco mendaciones que se derivan del estudio.

2. CONSIDERACIONES DE MECANICA DE LOS MEDIOS CONTINUOS

Cuando el conocimiento de las propiedades esfuerzo-deformación de los suelos está orientado a llevar a cabo el análisis dinámico, estático y de las condiciones de falla de las estructuras en que participan, dicho análisis se formula en términos de mecánica de los medios continuos. De acuerdo con esa teoría (Truesdell y Noll, 1965; Eringen, 1967; y Malvern, 1969), el suelo se considera como medio continuo y sus propiedades esfuerzo-deformación se incorporan mediante ecuaciones constitutivas.

Se entiende por ecuación constitutiva una relación que permite determinar los esfuerzos cuando las deformaciones son conocidas o, inversamente, determinar las deformaciones cuando los esfuerzos son conocidos. El punto de vista adoptado en mecánica de los medios continuos en relación con las ecuaciones constitutivas es puramente fenomenológico; es decir, no interesa establecer un análisis a nivel atómico o microscópico de las causas que provocan los esfuerzos al producirse una deformación, sino tan solo conocer

la magnitud y orientación de los esfuerzos debidos a las diferentes deformaciones posibles, lo cual habitualmente se logra por ensayes experimentales de laboratorio que permiten ajustar los parámetros correspondientes a los diferentes tipos de ecuaciones constitutivas.

Estrictamente, desde el punto de vista de la mecánica de los medios continuos, los suelos deben ser considerados como mezclas, no tanto porque sus componentes sólidos no sean homogéneos, sino principalmente por la presencia de una fase líquida o gaseosa que ocupa los poros de su componente sólido. Aunque en mecánica de los medios continuos se ha desarrollado una teoría de mezclas (Truesdell, 1965), hasta ahora no se ha empleado en mecánica de suelos, probablemente porque se orienta principalmente a explicar los fenómenos que ocurren en mezclas químicas.

2.1 *Hipótesis de los esfuerzos efectivos*

La carencia de una teoría de mezclas aplicable a mecánica de suelos, se suple habitualmente introduciendo los esfuerzos efectivos en los suelos. Si σ_{ij} es el tensor de esfuerzos, entonces

$$\tau_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij} \qquad (2.1.1)$$

es el tensor de esfuerzos efectivos, donde p es la presión de poro del fluido contenido en el suelo.

Una hipótesis básica en la formulación de las ecuaciones constitutivas de los suelos es la factibilidad de desacoplar las relaciones esfuerzo-deformación de la estructura sólida respecto al fluido cuando las mismas se formulan en términos de los esfuerzos efectivos. Esta hipótesis se enuncia en forma más precisa al decir que los esfuerzos efectivos en el sólido que

dan totalmente determinados por las deformaciones del sólido y, recípro camente, los esfuerzos efectivos determinan las deformaciones del sólido. Evidentemente, los esfuerzos efectivos pueden depender en general no solo de las deformaciones del sólido, sino también de la presión de poro; sin embargo, hay clases amplias de suelos que cumplen en forma bastante satis factoria esta hipótesis; en cualquier caso es necesario tener presente las limitaciones que implica, especialmente en la interpretación del trabajo experimental, ya que con frecuencia su violación puede aparecer como efec tos anómalos difíciles de atribuir a otras causas.

Cuando se adopta ese punto de vista, el flujo del fluido se trata por sepa rado. El hecho de que las ecuaciones constitutivas del sólido y del líqui do estén desacopladas, no implica de ninguna manera que las ecuaciones de movimiento del sólido y del líquido se hallen desacopladas. En efecto, las teorías habituales de consolidación, en particular la de Biot (1941, 1955), adoptan dicho punto de vista, a pesar de lo cual las ecuaciones de movi miento para el sólido y el fluido están acopladas. El desarrollo de cual quier teoría de consolidación incluye necesariamente tres aspectos:

1) La suposición de algunas propiedades para el sólido poroso

2) La suposición de algunas propiedades para el fluido que llena los poros del sólido

3) La suposición de algunas relaciones que permitan determinar las fuerzas de interacción entre el fluido y el sólido.

La manera de formular la suposición a que se refiere el punto 1 se logra, como ya se explicó, introduciendo los esfuerzos efectivos. En cuanto a la suposición 2, el procedimiento es similar, ya que se utiliza la ecuación de estado respectiva. Finalmente, la interacción entre el fluido y el só

lido se define habitualmente incorporando la ley de Darcy, aunque es posible postular una gran variedad de relaciones y, por lo mismo, las que hasta ahora han sido consideradas representan en realidad solo una pequeña parte de las posibles.

Una vez efectuado el desacoplamiento de las ecuaciones constitutivas de los componentes principales de los suelos, se ha dedicado la mayor parte de la investigación a establecer las ecuaciones del material poroso. La forma de proceder parece estar ampliamente justificada, pues para casi todos los fines de la ingeniería la ley de Darcy es satisfactoria. Además, una investigación más amplia sobre la interacción material poroso-fluido necesariamente deberá apoyarse en un mejor conocimiento del comportamiento del material poroso.

2.2 *Postulados fundamentales*

Cuando se pasa a la formulación de las relaciones esfuerzo-deformación, es necesario precisar el marco de referencia en el cual las mismas deben establecerse, ya que de otra manera se caería en una situación demasiado indefinida que conduciría a un empleo ineficaz de los resultados experimentales, y a la posible introducción de inconsistencias en las relaciones funcionales correspondientes. Las teorías modernas de las ecuaciones constitutivas son la base para la formulación de las relaciones esfuerzo-deformación; al mismo tiempo restringen las formas posibles de la dependencia funcional entre las variables constitutivas independientes, ya que exigen que las mismas satisfagan ciertos postulados fundamentales.

Proceder en forma sistemática, partiendo de modelos de gran generalidad para restringirlos progresivamente con base en las propiedades específicas

de los materiales considerados tiene importancia, ya que de esta manera se evita caer en modelos demasiado restringidos, incapaces de incorporar propiedades básicas de los suelos en estudio. En general, las ecuaciones constitutivas de un material pueden depender de la temperatura (o alternativamente de la entropía), pero dentro de una teoría puramente mecánica es factible limitar las consideraciones a procesos isotérmicos (o alternativamente procesos isoentrópicos), lo cual es aceptable en situaciones en que la respuesta mecánica está poco influida por los cambios en la temperatura (o en la entropía) que ocurren durante el proceso. En mecánica de suelos, con frecuencia este es el caso; de ahí que en este capítulo, por simplicidad, se restringirá la discusión a fenómenos puramente mecánicos.

En mecánica de medios continuos se adoptan tres postulados fundamentales para cualquier ecuación constitutiva de un fenómeno puramente mecánico (Truesdell y Noll, 1965):

1) *Principio de determinismo del esfuerzo.* El esfuerzo en cualquier punto de un cuerpo está determinado por la historia del movimiento del cuerpo

2) *Principio de acción local.* El esfuerzo en cualquier partícula X es independiente del movimiento fuera de cualquier vecindad de X

3) *Principio de independencia del sistema de referencia.* Las ecuaciones constitutivas deben ser invariantes bajo cambios del sistema de referencia.

Los dos primeros postulados parecen ser suficientemente claros para una teoría puramente mecánica. Prácticamente todas las teorías clásicas satisfacen el primero, ya que en ellas el esfuerzo en un punto dado está deter

minado por las deformaciones que ha sufrido el material en el pasado (o que posiblemente sufra en el presente); por ejemplo, la teoría clásica de la elasticidad o la de un fluido newtoniano. Los llamados materiales viscoelásticos y los plásticos también lo satisfacen. El principio de acción local excluye la posibilidad de incorporar acciones a distancia en las relaciones esfuerzo-deformación. Las implicaciones matemáticas del principio de independencia del sistema de referencia no son tan obvias, aunque corresponden a las que se plantean en cualquier formulación de mecánica. Una discusión más amplia puede encontrarse en Truesdell y Noll (1965), y también en Malvern (1969).

2.3 *Postulado de independencia del sistema de referencia*

Para precisar las implicaciones del tercer postulado (independencia del sistema de referencia), conviene introducir una notación adecuada. Dado un sistema de referencia, sea $\underset{\sim}{x} = \underset{\sim}{x}(\underset{\sim}{X},t)$ un movimiento de un cuerpo; más precisamente, sea $\mathcal{B}$ la región ocupada por un cuerpo en el tiempo $t = 0$, y $\underset{\sim}{X}$ las coordenadas de una partícula de ese cuerpo en dicho tiempo, entonces $\underset{\sim}{x}(\underset{\sim}{X},t)$ representa el vector de posición de dicha partícula en el tiempo t; además, sea $\underset{\approx}{\tau}(\underset{\sim}{X},t)$ el tensor de esfuerzos correspondiente a esa partícula en el mismo instante. A una pareja de funciones $\{\underset{\sim}{x},\underset{\approx}{\tau}\}$, donde $\underset{\approx}{\tau}$ es un tensor simétrico de segundo orden, se le llama *proceso dinámico*. La idea es que en general el movimiento de un medio continuo está caracterizado por las posiciones de sus partículas en cada tiempo t y el tensor de esfuerzos correspondiente. En general, dado un movimiento $\underset{\sim}{x}$ los esfuerzos $\underset{\approx}{\tau}$ que le corresponden dependen de las propiedades esfuerzo-deformación del material; por ello, las ecuaciones constitutivas de este quedan definidas cuando se especifica la colección de parejas (es decir, de procesos dinámicos) que pueden corresponder a deformaciones reales (o sea movimientos) del material

Dichas parejas se llaman *procesos dinámicos admisibles* para el material considerado. Obsérvese que los procesos dinámicos están limitados solamente por las propiedades esfuerzo-deformación del material, ya que las ecuaciones de movimiento no imponen ninguna restricción, porque si $\underset{\sim}{x}$ y $\underset{\approx}{\tau}$ son suficientemente derivables es posible siempre introducir fuerzas de cuerpo para satisfacer las ecuaciones de movimiento (estas fuerzas pueden definirse despejándolas de las ecuaciones de movimiento e incorporando $\underset{\sim}{x}$ y $\underset{\approx}{\tau}$ en los términos restantes).

Hasta aquí se ha dejado gran libertad en la forma de definir las parejas $\{\underset{\sim}{x},\underset{\approx}{\tau}\}$ de procesos dinámicos admisibles. Es claro, sin embargo, que hay restricciones adicionales que las mismas deben satisfacer si han de corresponder a materiales reales. Una de ellas es el principio de independencia del sistema de referencia.

Sean $\{\underset{\sim}{x},\underset{\approx}{\tau}\}$ y $\{\underset{\sim}{x}^*,\underset{\approx}{\tau}^*\}$ dos procesos dinámicos. Se dice que $\{\underset{\sim}{x},\underset{\approx}{\tau}\}$ es equivalente a $\{\underset{\sim}{x}^*,\underset{\approx}{\tau}^*\}$ si están relacionados por ecuaciones de la forma

$$\underset{\sim}{x}^*(\underset{\sim}{X},t^*) = \underset{\sim}{c}(t) + \underset{\approx}{Q}(t)\ \underset{\sim}{x}(\underset{\sim}{X},t) \qquad (2.3.1a)$$

$$\underset{\approx}{\tau}^*(\underset{\sim}{X},t^*) = \underset{\approx}{Q}(t)\ \underset{\approx}{\tau}(\underset{\sim}{X},t)\ \underset{\approx}{Q}(t)^T \qquad (2.3.1b)$$

$$t^* = t - a \qquad (2.3.1c)$$

donde $\underset{\sim}{c}(t)$ y $\underset{\approx}{Q}(t)$ son funciones del tiempo cuyos valores son vectores y tensores ortogonales, respectivamente, y a es un número real.

El principio de independencia del sistema de referencia puede ahora enunciarse como:

Si el proceso dinámico $\{\underset{\sim}{x},\underset{\approx}{\tau}\}$ *es admisible, entonces cualquier otro proceso dinámico* $\{\underset{\sim}{x}^*,\underset{\approx}{\tau}^*\}$ *equivalente también lo es.*

2.4 *Materiales simples*

Dada una partícula $\underset{\sim}{X}$ fija, en las ecs 2.3.1, se pueden elegir

$$\underset{\approx}{Q}(t) \equiv \underset{\approx}{I} \; ; \; a = 0 \quad ; \quad \underset{\sim}{c}(t) \equiv - \underset{\sim}{x}(\underset{\sim}{X},t)$$

para obtener

$$\underset{\approx}{x}^*(\underset{\sim}{Z},t) = \underset{\approx}{x}(\underset{\sim}{Z},t) - \underset{\approx}{x}(\underset{\sim}{X},t)$$

$$\underset{\approx}{T}^*(\underset{\sim}{Z},t) = \underset{\approx}{T}(\underset{\sim}{Z},t)$$

para cualquier $\underset{\sim}{Z}$. Estas ecuaciones hacen ver que los esfuerzos solo dependen de los desplazamientos relativos. Como el principio de acción local establece que los esfuerzos en un punto son independientes del movimiento fuera de una vecindad arbitrariamente pequeña de ese punto, se ocurre aproximar

$$\underset{\sim}{x}(\underset{\sim}{Z},t) - \underset{\sim}{x}(X,t) = \underset{\approx}{F}(\underset{\sim}{X},t)\cdot d\underset{\sim}{x} \qquad (2.4.1)$$

donde $\underset{\approx}{F}$ es el tensor de segundo orden formado por los gradientes de los desplazamientos. Es decir, en términos de componentes

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \quad ; \quad i,j = 1,2,3$$

Consecuentemente, es plausible restringir la atención a ecuaciones constitutivas para las cuales los esfuerzos $\underset{\approx}{\tau}(\underset{\sim}{X},t)$ en un punto están determinados por la historia $\underset{\approx}{F}(\underset{\sim}{X},\tau)$, $(\tau \leq t)$, de los gradientes de deformación. A esa clase de materiales se le llama *materiales simples*. Es decir:

Un material simple es aquel en el cual el tensor de esfuerzos $\underset{\approx}{\tau}(\underset{\sim}{X},t)$ en cada punto $\underset{\sim}{X}$ es una funcional de los gradientes $\underset{\approx}{F}(\underset{\sim}{X},\tau)$, $(\tau \leq t)$, de las deformaciones en ese punto.

Obsérvese que $\underset{\approx}{\tau}$ depende de los valores de $\underset{\approx}{F}$ para todo tiempo presente o pasado, pero no de los valores futuros como lo requiere el principio de determinismo. Además, una propiedad importante para fines experimentales, implicada por la definición de material simple, es que para determinar las relaciones esfuerzo-deformación basta considerar deformaciones homogéneas en los ensayes del material.

La mayor parte de las teorías de materiales desarrolladas hasta ahora corresponden a materiales simples, que son un caso de materiales no polares, es decir, aquellos en los que no se pueden presentar pares distribuidos; estos fueron introducidos en mecánica de los medios continuos por Voigt y Cosserats. Más recientemente, Truesdell y Toupin (1960) presentaron una discusión sobre los mismos. Clases más generales de materiales multipolares han sido también tratadas; al respecto, Jaunzemis (1967) ha presentado una revisión del tema. Sin embargo, los suelos pueden ser descritos adecuadamente como materiales simples.

Se ha dicho que toda ecuación constitutiva debe satisfacer el principio de independencia del sistema de referencia presentado en la sec 2.3. Debido a su importancia, es conveniente ver las implicaciones de este principio en el caso general de un material simple, y especializar el resultado para cuando el material además es elástico.

Con este propósito conviene hacer notar que el gradiente de las deformaciones $\underset{\approx}{F}$, por el teorema de descomposición polar (Noll, 1958; Truesdell y Noll, 1965; Malvern, 1969) puede escribirse como

$$\underset{\approx}{F} = \underset{\approx}{R} \cdot \underset{\approx}{U} = \underset{\approx}{V} \cdot \underset{\approx}{R} \qquad (2.4.2)$$

donde $\underset{\sim}{R}$ es una rotación; es decir

$$\underset{\approx}{R} \cdot \underset{\approx}{R}^{T} = \underset{\approx}{I} \quad ; \quad \underset{\approx}{R}^{T} \cdot \underset{\approx}{R} = \underset{\approx}{I} \tag{2.4.3a}$$

o en términos de componentes

$$R_{im} R_{jm} = \delta_{ij} \quad y \quad R_{mi} R_{mj} = \delta_{ij} \tag{2.4.3b}$$

mientras que $\underset{\approx}{U}$ y $\underset{\approx}{V}$ son tensores simétricos y positivos definidos. A $\underset{\approx}{U}$ se le conoce como tensor de dilatación izquierdo y a $\underset{\approx}{V}$ como tensor de dilatación derecho. Nótese que $\underset{\approx}{U}$ representa una dilatación o contracción local en tres direcciones perpendiculares y similarmente $\underset{\approx}{V}$.

La ec 2.4.1 tiene, entonces, la interpretación de que en la vecindad de un punto $\underset{\sim}{X}$, la deformación puede considerarse como la aplicación sucesiva de:

1) Una dilatación o contracción, en tres direcciones mutuamente perpendiculares, dada por $\underset{\approx}{U}$
2) Una rotación de cuerpo rígido, dada por $\underset{\approx}{R}$
3) Una traslación a $\underset{\sim}{x}(\underset{\sim}{X},t)$

Alternativamente:

1) Una traslación a $\underset{\sim}{x}(\underset{\sim}{X},t)$
2) Una rotación $\underset{\approx}{R}$
3) Una dilatación o contracción, en tres direcciones mutuamente perpendiculares, dada por $\underset{\approx}{V}$

Los tensores $\underset{\approx}{R}$, $\underset{\approx}{U}$ y $\underset{\approx}{V}$ están dados en términos de los gradientes de deformación por las ecuaciones

$$\underset{\approx}{U} = \underset{\approx}{C}^{1/2} \tag{2.4.4a}$$

$$\underset{\approx}{V} = \underset{\approx}{B}^{1/2} \tag{2.4.4b}$$

$$\underset{\approx}{R} = \underset{\approx}{F} \cdot \underset{\approx}{U}^{-1} = \underset{\approx}{V}^{-1} \cdot \underset{\approx}{F} \tag{2.4.4c}$$

donde

$$\underset{\approx}{B} = \underset{\approx}{F} \cdot \underset{\approx}{F}^{T} \tag{2.4.5a}$$

y

$$\underset{\approx}{C} = \underset{\approx}{F}^{T} \cdot \underset{\approx}{F} \tag{2.4.5b}$$

Obsérvese que $\underset{\approx}{B}$ y $\underset{\approx}{C}$ son matrices positivas y simétricas, por lo que tienen raíz cuadrada. Efectivamente, en este caso todos los valores propios son positivos y el tensor raíz cuadrada posee la misma base de vectores propios, con valores propios iguales a la raíz cuadrada del tensor original.

Mediante la notación anterior es factible establecer la forma que adoptan las relaciones constitutivas para un material simple. Con el punto material $\underset{\sim}{X}$ fijo, conviene definir para cada t una función $\underset{\approx}{F}^{t}$ que está definida en el intervalo $0 \leq s < \infty$, la que está dada por

$$\underset{\approx}{F}^{t}(s) = \underset{\approx}{F}(t - s) \tag{2.4.6}$$

La función $\underset{\approx}{F}^{t}(s)$ es la historia de los gradientes de la deformación hasta el tiempo t. Entonces, de acuerdo con el principio de determinismo el esfuerzo en ese punto es una funcional de dicha historia; es decir

$$\underset{\approx}{\tau}(t) = \underset{s=0}{\overset{\infty}{\mathcal{L}}} \{\underset{\approx}{F}^{t}(s)\} \tag{2.4.7}$$

La notación usada en esta ecuación quiere decir que su segundo miembro depende de todos los valores de F^t para $0 \leq s < \infty$.

El caso elástico está contenido en la ec 2.4.7: cuando un material simple es además elástico, el esfuerzo depende del valor presente de los gradientes de deformación; de acuerdo con la ec 2.4.6, el valor presente está dado por $\underset{\sim}{F}^t(0)$ y la funcional $\mathcal{L}$ se reduce a una función que se denotará como $\underset{\approx}{g}$. Consecuentemente, la ec 2.4.7 puede escribirse

$$\underset{\approx}{\tau}(t) = \underset{\approx}{g}(F^t(0)) = \underset{\approx}{g}(\underset{\approx}{F}(t)) \qquad (2.4.8)$$

Por simplicidad, en lo que sigue se omitirán los límites $s = 0$ e ∞ empleados en la ec 2.4.7. Se puede probar (Truesdell y Noll, 1965) que la ecuación constitutiva dada por la ec 2.4.7 satisface el principio de independencia del sistema de referencia si y solo si

$$\underset{\approx}{\tau}(t) = \underset{\approx}{R}(t) \cdot \mathcal{L}\{\underset{\approx}{U}^t(s)\} \cdot \underset{\approx}{R}(t)^T \qquad (2.4.9)$$

donde $\underset{\sim}{U}^t(s)$ es la función asociada a $\underset{\approx}{U}$ en forma análoga a como se asoció $\underset{\approx}{F}^t(s)$ a la función $\underset{\approx}{F}$ por medio de la ec 2.4.6. Consecuentemente, la ec 2.4.9 es la ecuación constitutiva más general de un material simple.

La ec 2.4.9 implica que solo el valor presente de la rotación $\underset{\approx}{R}(t)$ interviene en la ecuación constitutiva, y que los valores pasados de la misma son irrelevantes. Consecuentemente, el esfuerzo que se supuso inicialmente dependía de la historia de los gradientes de la deformación, solo puede depender de la historia del tensor de dilatación, el cual por ser simétrico tiene menos grados de libertad.

Para el caso elástico dado por la ec 2.4.8, esta implica que

$$\underset{\approx}{T} = \underset{\approx}{R} \cdot \underset{\approx}{g}(\underset{\approx}{U}) \cdot \underset{\approx}{R}^{T} \qquad (2.4.10)$$

donde $\underset{\approx}{T}$ representa el tensor de esfuerzos, y todas las cantidades que intervienen se refieren a valores presentes.

2.5 Restricciones impuestas por simetrías del material

En forma semejante como se ha visto en el inciso anterior, que la condición de independencia del sistema de referencia limita las formas que las ecuaciones constitutivas pueden tener, así también las simetrías de un material, cuando existen, imponen restricciones que reducen la clase de ecuaciones constitutivas admisibles. Las ventajas que hay en el empleo de los datos experimentales son evidentes; por ejemplo, en el caso de un material elástico lineal la isotropía, que es la máxima simetría que un material puede exhibir, reduce a dos los parámetros que es necesario determinar experimentalmente para definir completamente la ecuación constitutiva respectiva. En el caso de materiales elásticos no lineales o con mayor generalidad de materiales simples, las ecuaciones constitutivas, aun en presencia de este tipo de simetrías, dependen de mayor número de parámetros, pero en cualquier caso introducen limitaciones muy importantes en sus formas admisibles, que facilitan la determinación experimental de las ecuaciones constitutivas.

Los métodos modernos para determinar las restricciones son de dos clases:

a) Los desarrollados por R. S. Rivlin y sus asociados

b) Los desarrollados por W. Noll y sus asociados.

El método que inició Noll (1958) se presenta en forma extensa en la exposición de Truesdell y Noll (1965), y tiene el mérito de ser de gran generali

dad y elegancia. Los métodos empleados en el trabajo de Rivlin y sus asociados, representan herramientas poderosas para los investigadores que trabajan en la obtención de nuevas ecuaciones constitutivas para situaciones específicas. Desgraciadamente no se dispone hasta ahora de una exposición completa de estos métodos, aunque Rivlin (1966) ha publicado una síntesis breve.

Como un ejemplo, y por su importancia intrínseca, conviene mencionar que para materiales elásticos (no lineales) e isotrópicos, Rivlin y Ericksen (1955) han dado la ecuación constitutiva más general

$$T = f_0 I + f_1 B + f_2 B^2 \qquad (2.5.1)$$

donde f_0, f_1 y f_2 son funciones de los invariantes principales de deformación, los cuales se pueden tomar como los valores propios de los tensores de dilatación. Consecuentemente, la forma tensorial de la ecuación constitutiva está completamente determinada y solamente es necesario determinar las tres funciones escalares f_0, f_1 y f_2.

3. INVESTIGACION SOBRE ECUACIONES CONSTITUTIVAS DE LOS SUELOS

El problema de la obtención de las ecuaciones constitutivas de los suelos consiste en determinar las formas específicas que la funcional $\mathcal{L}$ de la ec 2.4.9 adopta para cada suelo. Idealmente, desde el punto de vista de mecánica de los medios continuos, este problema es puramente experimental, que debería resolverse mediante un número suficientemente grande de ensayes de las muestras correspondientes. Sin embargo, en la práctica sería imposible de llevar a cabo esto, dadó que el número de pruebas rebasaría los recursos que razonablemente podrían asignarse.

Por ello, la investigación acerca de las ecuaciones constitutivas toma un curso diferente. En primer lugar, se obtiene información del comportamiento real de los suelos a través de pruebas de laboratorio y observaciones de campo asociadas a la utilización para fines de ingeniería de los diversos materiales. En esta forma es posible lograr una visión panorámica de

las diferentes clases de comportamiento y de los problemas relacionados con las ecuaciones constitutivas. Debido a su gran variedad, es necesario llevar a cabo una clasificación de los tipos de comportamiento que permita tratarlos en forma adecuada a sus características específicas. Esto conduce a seleccionar y especializar los modelos reológicos que ha elaborado la mecánica de los medios continuos y, en ocasiones, a desarrollar otros modelos básicos no existentes.

El proceso de selección y especialización es de gran importancia para el propósito de la formulación de las ecuaciones constitutivas. En realidad, el problema de su obtención es estrictamente de selección; consiste en escoger entre los modelos posibles la ecuación constitutiva particular correspondiente al suelo objeto de estudio. Evidentemente, la selección será tanto más fácil cuanto más restringida sea la clase de modelos entre los que haya que efectuarla.

Los desarrollos teóricos sobre ecuaciones constitutivas pueden interpretarse, desde el punto de vista anterior, como métodos para pasar de niveles más indefinidos a otros mejor determinados. Un primer paso consiste en la formulación de las ecuaciones constitutivas más generales, limitadas únicamente por los tres postulados fundamentales. En seguida, la clase de ecuaciones constitutivas considerada se restringe aún más al prestar atención a materiales simples; es decir, aquellos cuyos esfuerzos dependen solo de los gradientes de las deformaciones. Una etapa ulterior se cubre al incorporar restricciones debidas a simetrías del material, cuando estas existen.

Recurriendo al conocimiento previo que se tenga del comportamiento del material considerado, es posible especializar más, para lo cual esta información se compara con la relativa a los modelos reológicos que se han de

sarrollado en mecánica de los medios continuos, identificando en forma directa si el material es elástico o viscoelástico, lineal o no lineal, plástico, etc. Sin embargo, este procedimiento es poco sistemático y no se puede avanzar mucho sin correr grave riesgo de llegar a especializaciones inadecuadas, o sea a modelos reológicos que no contienen como casos particulares las ecuaciones constitutivas del material o materiales objeto de estudio; de ahí la necesidad de recurrir a procedimientos de selección más sistemáticos.

En el caso de los suelos, para ir más allá, es necesario tomar en cuenta las propiedades específicas de los mismos. Los suelos presentan características comunes que se reflejan en rasgos generales de su comportamiento. La similitud del comportamiento exhibido está determinada no tan solo por la semejanza de sus estructuras, sino también por el intervalo de esfuerzos, deformación, temperatura, etc, así como por el tipo de comportamiento al cual se quiera prestar atención; esto último depende del problema de ingeniería al que se vaya a aplicar el conocimiento.

Se pueden distinguir dos clases de criterios para identificar rasgos generales de comportamiento de los suelos: *a*) de tipo inductivo y *b*) de tipo causal. En los primeros, el rasgo común de comportamiento se identifica a través de la observación de muchos suelos, en tanto que en los segundos se establece una causa general, común a cierta clase de suelos, y a la misma se le asocia un rasgo de comportamiento.

Los criterios de tipo causal más comunes son los que se basan en el conocimiento de la estructura y comportamiento microscópicos. Consecuentemente, una parte importante de la investigación en mecánica de suelos ha estado dedicada a conocer sus estructuras y comportamiento microscópico.

Para conocer las relaciones esfuerzo-deformación y para gran parte de aplicaciones en ingeniería de suelos, el conocimiento de la estructura y el comportamiento microscópico es útil solo en la medida en que el mismo pueda incorporarse en las ecuaciones constitutivas. Más adelante se verá que es un problema sumamente complicado y que a pesar de los esfuerzos realizados, se carece hasta ahora de métodos eficaces para establecer las implicaciones que la estructura y comportamiento microscópico tienen en la forma y valores de los parámetros de las ecuaciones constitutivas.

Con base en la discusión precedente se puede afirmar que para la formulación de las ecuaciones constitutivas de los suelos, se necesitan investigaciones respecto a

i) comportamiento macroscópico real de los suelos

ii) clasificación de tipos de comportamiento macroscópico

iii) selección y especialización de modelos reológicos

iv) desarrollo de criterios de tipo inductivo y causal para la selección de modelos reológicos.

Entre los estudios orientados a establecer criterios de tipo causal, destacan los que se ocupan de la estructura y comportamiento microscópicos, y los que intentan desarrollar métodos para incorporar esta información a las ecuaciones constitutivas. Aunque no con intensidad uniforme, se han llevado a cabo investigaciones en todos estos campos.

3.1 Características generales del comportamiento macroscópico de los suelos

El comportamiento esfuerzo-deformación de los suelos es especialmente complicado debido a su naturaleza heterogénea y a la interacción entre las diversas fases presentes. Además, el comportamiento exhibido puede depender de

diversos factores, entre ellos el tipo de suelos de que se trate, el intervalo de esfuerzos y deformaciones a que se vean sometidos, y también el aspecto en el cual centre su interés el ingeniero con base en la aplicación particular que realice.

A continuación se presenta una visión breve y esquemática del comportamiento macroscópico de los suelos basada principalmente en la discusión de Scott y Ko (1969). En general, al intentar describir el comportamiento de los materiales se introducen idealizaciones que dependen de los rasgos predominantes observados, por lo cual se habla entonces de materiales elásticos, viscoelásticos, etc, y supuestamente al llevar a cabo pruebas adecuadas, debe ser posible determinar si el comportamiento de un tipo particular de suelo puede apropiadamente ser descrito por alguna de estas idealizaciones. El tipo más simple posible de comportamiento de un material es el de una sustancia idealmente elástica, isotrópica y lineal en la que ocurren solamente deformaciones pequeñas. De aquí se puede pasar sucesivamente a situaciones más complicadas; por ejemplo, lineal pero anisotrópica, e isotrópica no lineal, todo esto todavía dentro del intervalo de materiales elásticos.

Evidentemente, muchas situaciones de interés en los suelos no pueden ser descritas sin considerar materiales no elásticos y en general materiales cuyos esfuerzos dependen de la historia de las deformaciones. Es factible tratar algunos casos de fluencia y falla introduciendo la teoría de la plasticidad; también es frecuente recurrir al establecimiento de relaciones incrementales, tanto para materiales elásticos no lineales, como para suelos no elásticos. Idealmente, el comportamiento del suelo debe examinarse con el propósito de describir las características del material mediante las ecuaciones constitutivas más sencillas que sea posible.

Una de las implicaciones de la teoría lineal de la elasticidad es que las deformaciones volumétricas y los esfuerzos cortantes están desacoplados y pueden superponerse. Sin embargo, los efectos bien conocidos de dilatancia en los suelos, que se presentan cuando se aplican esfuerzos cortantes manteniendo el esfuerzo hidrostático constante, implican que en muchas situaciones la teoría lineal de la elasticidad no es aplicable.

Aunque el comportamiento del suelo bajo compresión hidrostática es de poca importancia práctica directa, para el propósito de la formulación de ecuaciones constitutivas es necesario determinarlo. Hansen (1966) halló que la deformación volumétrica variaba de acuerdo con el esfuerzo hidrostático elevado a la potencia 1/2, y Ko y Scott (1967a) también encontraron endurecimiento en compresión hidrostática para una arena Ottawa.

Kondner y Horner (1965) observaron que el esfuerzo hidrostático efectivo tiene influencia importante en la respuesta esfuerzo-deformación en pruebas triaxiales. El intervalo de esfuerzos hidrostáticos considerado por Kondner y Horner fue de 7.5 psi a 30 psi. Ko y Scott (1967b), por su parte, llevaron a cabo pruebas en arenas y encontraron que cuando un esfuerzo puramente desviador se superpone a un esfuerzo hidrostático constante, el suelo se dilata en forma no lineal. Estos autores concluyeron que la teoría lineal clásica no es aplicable a suelos.

Ya que la mayoría de los suelos se presenta en la naturaleza en condiciones anisotrópicas, es dudoso que existan suelos naturales isotrópicos. Es deseable, consecuentemente, conducir investigaciones para determinar la medida de la anisotropía de los suelos en el laboratorio; sin embargo, la anisotropía también puede ocurrir como resultado de esfuerzos o deformaciones

que el suelo haya sufrido previamente, por lo que la historia del esfuerzo y la deformación de los suelos tiene importancia, lo que complica el problema.

Es común que cuando el suelo se supone lineal e isotrópico, las constantes elásticas se deduzcan de pruebas estáticas o de vibraciones en estado estacionario. En kaolinitas normalmente consolidadas, Hardin (1968) usó la técnica de la columna resonante, encontrando efectos no lineales importantes.

En la tesis de Frydman (1968) existe una buena revisión de los conceptos actuales acerca de los mecanismos esfuerzo-deformación en materiales granulares. En pruebas que realizó en arenas encontró que su precarga puede afectar considerablemente su comportamiento esfuerzo-deformación sin cambiar mucho su densidad, y que había un punto de fluencia por debajo del cual el comportamiento era sensiblemente lineal y no había dilatancia.

La teoría de dilatancia de Rowe y Horne para la deformación de materiales granulares, ha sido puesta a prueba en experimentos efectuados por Barden y Khayatt (1966), quienes desarrollaron relaciones incrementales esfuerzo-deformación a partir de la relación esfuerzo-dilatancia con referencia especial al concepto de ángulo de fricción volumétrica superior Φ_{cv}. Barden, Khayatt *et al* (1969) demostraron que los conceptos de grado de libertad, energía mínima de absorción (debidos a Rowe y Horne) y el de anisotropía inducida (debido a Horne) bastan para explicar el comportamiento general de deformación y resistencia de un material particular. Sin embargo, sus conclusiones son difíciles de sostener si se hace un examen cuidadoso de las deformaciones medidas en descarga, ya sea por Barden y sus colaboradores o, por ejemplo, por Ko y Scott (1967b). Para el importante caso de deformación plana, Barden demostró que se tiene una regla de flujo parti

cularmente simple independiente de la densidad del material, pero por desgracia el vector de deformación plástica no aparece normal a la superficie de fluencia. Ese artículo (Barden, Khayatt *et al*, 1969) amplió el trabajo anterior de Barden y Khayatt a una variedad de trayectorias de esfuerzo en cierto número de condiciones de prueba, incluyendo el cilindro sólido, el hueco y muchas otras.

La deformación de los suelos debida a grandes esfuerzos también ha sido estudiada. En este caso la trituración de las partículas adquiere importancia, y Lee y Farhoomand (1967) encontraron que los suelos gruesos se comprimen más y se trituran más que los finos; algo similar sucede con los suelos de partículas angulares y uniformesen comparación con los bien graduados. Bajo cada carga particular, la compresión y la trituración de las partículas resultó ser dependiente del tiempo, decreciendo con él. Vesic y Clough (1968) demostraron que la naturaleza de la deformación de la arena cambia con la presión. A medida que el esfuerzo normal medio aumenta, la trituración se hace más pronunciada y los efectos de dilatancia desaparecen gradualmente. Más allá de la presión de ruptura, todos los efectos de la relación de vacíos inicial desaparecen y la arena se comporta esencialmente como un sólido lineal por tramos, con deformación proporcional al esfuerzo normal medio. En el mismo intervalo, la resistencia de la arena está caracterizada por un ángulo constante de fricción interna, igual al ángulo de fricción entre las partículas que se obtiene de pruebas a presiones más bajas. Por otra parte, Auvinet y Marsal (1975) han desarrollado un modelo estadístico para la ruptura de granos.

3.1.1 **Falla y fluencia.** La mayor parte de las investigaciones del comportamiento de los suelos se refieren a condiciones de falla y de fluencia en tres clases de materiales: arenas, arcillas y suelos parcialmente saturados.

3.1.1a **Arenas.** El problema más importante que se ha estudiado para suelos en general, y en particular para arenas, es la forma de la superficie de falla. Esta corresponde a un crecimiento lineal con el esfuerzo hidrostático en el rango de interés usual, lo cual concuerda aproximadamente con la teoría de Mohr-Coulomb; sin embargo, para esfuerzos hidrostáticos pequeños (décimas de psi) ocurren manifestaciones de fuerzas de cohesión que dan lugar a un aumento del ángulo de fricción interna aparente, en tanto que para valores altos del esfuerzo hidrostático el ángulo de fricción disminuye, probablemente debido a la trituración de las partículas del suelo. Como resultado de este efecto, convergen las superficies de falla correspondientes a arenas inicialmente sueltas y a arenas densas.

Existen discrepancias de opinión respecto a la forma de la traza de la superficie de falla en planos de presión hidrostática. No es claro si el ángulo de fricción es diferente en extensión y compresión. Un buen número de investigadores ha estudiado este problema, entre ellos De Beer (1965), Bishop (1966), Lee y Farhoomand (1967), y Vesic y Clough (1968). Sería deseable establecer algunas relaciones teóricas que se ajusten a las observaciones, ya que una relación unificadora presentaría ventajas para su aplicación en problemas de ingeniería de suelos. Las relaciones de Mohr-Coulomb desgraciadamente implican dificultades para el análisis.

Hill (1960) demostró que en pruebas de deformación plana, el suelo falla a lo largo de un plano con 45° de inclinación y consecuentemente la falla está controlada por una combinación del esfuerzo cortante máximo y los esfuerzos normales medios. Marsal (1973) aplicó a los datos que obtuvo en observaciones experimentales los resultados de Hill, encontrando concordancia

entre las resistencias correspondientes a pruebas triaxiales y las de deformación plana, la cual explica en términos de su teoría estadística.

Otro tipo de estudios se han orientado a determinar la influencia de la clase de minerales y en general del material que forma los poros, en el ángulo de fricción interna y en su resistencia. Lee y Seed (1967a, b), Seed y Lee (1967), examinaron tres aspectos de la resistencia: fricción de deslizamiento independiente de la presión de confinamiento, duración de la presión y trituración de las partículas. Los mismos autores (Seed y Lee, 1967) reportan una fuerte influencia del contenido de agua en la resistencia del tipo de arenas que investigaron.

La influencia de elementos de mayor tamaño en el comportamiento de los suelos ha sido estudiada por Marsal (1963), quien realizó investigaciones teóricas y experimentales muy amplias en materiales de enrocamiento y arenas (Marsal, 1963, 1965, 1967, 1971; Marsal *et al*, 1965; Marsal *et al*, 1967a, b), en las que partiendo de parámetros y definiciones para precisar las características geométricas del esqueleto, analiza las fuerzas de contacto y establece un modelo estadístico para predecir el rompimiento de partículas. Desarrolla también una teoría estadística de falla que predice que la resistencia al cortante depende de la distribución del tamaño de las partículas, y que consecuentemente se modifica al producirse el rompimiento de las mismas.

El trabajo de Marsal (1973) incluye además un modelo estadístico para la obtención de relaciones esfuerzo deformación, resultados experimentales sobre los mecanismos de ruptura de partículas y el diseño de equipo para ensayar materiales de enrocamiento, gravas y arenas.

La teoría de Mogami (1965) para el comportamiento de suelos granulares ha sido estudiada mediante pruebas de cortante en arenas (Mogami y Yoshi

koshi, 1968). Poorooshasb, Holubec *et al* (1966) investigaron la aplicabilidad de la teoría clásica de la plasticidad a suelos, encontrando desviaciones importantes, principalmente que la condición de normalidad se viola.

Roscoe (1967) hizo notar que las dificultades para estudiar el comportamiento después que la relación máxima de esfuerzos ha sido alcanzada, aumenta considerablemente debido a la formación de zonas delgadas de ruptura. Por otra parte, Seed y sus colaboradores encontraron en pruebas no drenadas con cargas cíclicas en arenas saturadas, que el efecto de licuación siempre se presenta, independientemente de la densidad inicial de la arena. Seed y Lee hacen notar que en aquellos casos en que la carga se efectúa rápidamente, los poros pueden no tener tiempo de drenarse y la resistencia en condiciones no drenadas debe aplicarse; además, que los efectos de carga cíclica son completamente diferentes a aquellos en que el esfuerzo o deformación aumenta progresivamente hasta que la falla ocurre. El resultado tiene importancia en ingeniería sísmica y en diseño de estructuras, tales como reactores nucleares. Sin embargo, como consecuencia del trabajo de Peacock y Seed (1968), se ha visto que la iniciación de la licuación en arenas bajo cargas cíclicas depende en forma notable del aparato usado, por lo que es indispensable realizar más investigaciones para aclarar esta clase de problemas. En México se hacen algunos estudios al respecto (Jaime, 1975).

Recientemente, Faccioli y Reséndiz (1975) hicieron una revisión del tema comportamiento dinámico de suelos incluyendo licuación. Tanto los suelos cohesivos como los no cohesivos muestran tendencia a disminuir su volumen bajo cargas cíclicas. Cuando los suelos no cohesivos están saturados y en

ausencia de drenaje, la tendencia se refleja en un aumento de la presión de poro que cuando es suficientemente grande puede producir su licuación. Para suelos cohesivos, los efectos de la presión de poro son más difíciles de analizar experimentalmente y se han investigado menos. Sin embargo, se dispone de pocos datos que demuestran que en condiciones no drenadas tam bién hay transferencia gradual del esfuerzo del suelo al agua.

3.1.1b Arcillas. El estudio de la superficie de falla ha recibido menor atención en el caso de arcillas que en el de arenas. Shibata y Karube (1965) indican que en sus pruebas obtienen ángulos de fricción interna iguales tanto para extensión como para compresión.

El grupo que desarrolló la teoría de Cambridge para arcillas remoldeadas saturadas encontró una superficie de fluencia única en pruebas de compre sión triaxial cuando están normalmente consolidadas, aunque en la condición axisimétrica se presentaron algunas discrepancias, que se debieron posible mente a deformaciones no uniformes en las muestras. Sin embargo, Calabre si (1965, 1968) encontró diferencias entre las superficies obtenidas en pruebas drenadas y no drenadas.

Reséndiz (1965) ha examinado detalladamente el comportamiento de arcillas. Por su parte, Lumb (1966) estudió la variación aleatoria de las propiedades de suelos naturales, estableciendo algunas bases racionales para la elección de parámetros de diseño. Duncan y Seed (1966a) encontraron que algunas propiedades varían con el ángulo de orientación de falla: la resistencia en condiciones no drenadas, 30 por ciento; el valor del ángulo de fricción efectivo, 10 por ciento; el valor del parámetro de la presión de poro A_f, 40 por ciento, y la deformación unitaria en la falla por un factor de tres.

Se ha prestado mucha atención al comportamiento de arcillas hipersensitivas; Crawford (1968) revisó el estado de compresión del problema, encontrando que aparentemente la baja salinidad del agua intersticial tiene una influencia importante en este fenómeno; además, rechazó la extrapolación de teorías desarrolladas para arcillas remoldeadas a la estimación de la resistencia de arcillas naturales, e hizo notar la importancia de la preconsolidación debida a causas geológicas. El estudio de las relaciones esfuerzo-deformación para arcillas después de la falla es importante, porque en esta condición se han producido flujos catastróficos.

Mitchell y Houston (1969), y Houston y Mitchell (1969) han encontrado que entre los meçanismos que provocan la hipersensitividad de las arcillas, se encuentra la eliminación de la sal y la introducción de sustancias químicas dispersivas. Además, hacen notar que las propiedades generales de las arcillas sensitivas caen dentro de un patrón que puede predecirse adecuadamente con conceptos relativos a la influencia del esfuerzo efectivo y a la relación de esfuerzos efectivos en las tendencias de cambio de volumen en cortante. A su vez fue posible derivar relaciones generales entre sensitividad, esfuerzo efectivo y contenido de agua aplicable tanto a depósitos naturales como a suelos preparados en laboratorio.

También han sido estudiadas arcillas noruegas hipersensitivas (Bjerrum y Kenney, 1968). Se reconoció que exhiben una rigidez estructural de una naturaleza cohesiva que, para deformaciones pequeñas y a cierto esfuerzo cortante crítico, empieza a quebrarse. Se vio que la resistencia dependía de la historia del esfuerzo.

Se ha estudiado el comportamiento de arcillas bajo cargas cíclicas. Seed y Chan (1966) indican un procedimiento para determinar las combinaciones de esfuerzo sostenido y pulsante que causan falla para un suelo dado. La relación depende de la naturaleza de las condiciones de carga, tipo de suelo, relación de los esfuerzos principales durante la consolidación, frecuencia y duración de los esfuerzos pulsantes, número de pulsos y la forma del pulso.

También ha recibido atención el desarrollo de métodos para mejorar la resistencia de suelos.

Las propiedades de suelos orgánicos han sido menos estudiadas; su naturaleza, que varía desde arcillas con algo de materia orgánica a materiales relativamente recientes, fibrosos, completamente orgánicos, hace que resulte difícil su muestreo y ensaye. Algunos de los trabajos relativos se han dado a conocer en diversas publicaciones (MacFarlane, 1964; Hanrahan y Walsh, 1965; Helenelund, 1967). Algunas turbas dan lugar a curvas esfuerzo-deformación de un tipo que es excepcional para suelos, con dos o más valores máximos, probablemente debido al pandeo de la turba fibrosa.

3.1.1c Suelos parcialmente saturados. Se utilizan frecuentemente en estructuras de ingeniería, por lo que su estudio es también de interés. Muchas de las investigaciones en esta área han sido llevadas a cabo por el U S Bureau of Reclamation y resumidas en un informe de Holtz y Gibbs (1967).

Blight (1967) ha discutido ejemplos de problemas en suelos no saturados, tales como:

1) Estabilidad a largo plazo de terraplenes en climas semiáridos

2) El tiempo de desquebrajamiento en arcillas expansivas

3] La capacidad a largo plazo de caminos y pistas aéreas en climas áridos

El propósito principal de Blight fue investigar la validez del principio del esfuerzo efectivo cuando se aplica a cambios en el volumen y en la resistencia al cortante de arcillas no saturadas, *in situ*. En este caso, la tensión en el agua del suelo juega un papel importante, pero aparentemente el principio del esfuerzo efectivo sigue teniendo validez una vez que la tensión se toma en cuenta. Sin embargo, existen límites de humedad para el cumplimiento de este principio; por ejemplo, Blight concluyó que al cambio de volumen en cortante se le puede considerar controlado por el principio de esfuerzo efectivo, siempre que la humedad no esté por debajo de un 10 por ciento.

La falta de saturación modifica el comportamiento de los suelos en muchos aspectos, tales como falla y cambio de volumen. Así, el círculo de Mohr en falla se desplaza hacia el origen, algunas arcillas disminuyen de volumen cuando se les moja y otras en cambio se expanden.

3.1.2 Anisotropías. La anisotropía en la resistencia de los materiales puede afectar el desarrollo de las superficies y mecanismos de fluencia, haciendo los análisis de estabilidad menos seguros.

La anisotropía con simetría axial de los materiales en general y de los suelos en particular, ha sido discutida por Busching (1967). Aas (1967) investigó la diferencia en la resistencia de suelos arcillosos cuando se les somete a cortante en diferentes planos. Para arcillas noruegas encontró que s_H/s_V, estaba entre 1.5 y 2 si eran normalmente consolidadas, y

era aproximadamente igual a 1 cuando la arcilla estaba preconsolidada; la resistencia de falla a 45° se hallaba entre dichos valores, resultando que la resistencia al cortante en condiciones no drenadas depende del esfuerzo normal efectivo inicial en el plano de falla.

Se han hecho observaciones (Rogatkina, 1967) que demuestran que las propiedades de compresibilidad pueden variar considerablemente en arcillas naturales en dirección paralela a la estratificación, en comparación con las de la dirección perpendicular.

Los trabajos de Biarez (1961) y de Schlosser (1965) son muy importantes por la claridad con la que ponen en evidencia el papel de la anisotropía inducida en el endurecimiento a la deformación de las arenas. Por otra parte, la anisotropía natural de los suelos constituidos por partículas esféricas depositadas en el campo de la gravedad, equivalente a un presfuerzo, fue cuantificada por Auvinet (1975).

3.1.3 **Consolidación y efectos retardados.** En años recientes, la mayoría de los estudios de laboratorio sobre consolidación se ha orientado a establecer los efectos de respuesta retardada (*creep*) en un intento por mejorar el modelo del proceso de consolidación. Barden (1968a) ha revisado los desarrollos recientes en la teoría de consolidación y en las técnicas de ensaye. Las pruebas para determinar efectos de respuesta retardada son difíciles de llevar a cabo en el laboratorio debido a los grandes tiempos que requieren, y a las fuentes de error que pueden perturbar los resultados.

Raymond (1966) intentó establecer la variación de la permeabilidad con la relación de vacíos al variar la deformación. Sus resultados sugieren que la ley de Darcy es válida aun cuando los gradientes hidráulicos sean mayores de uno siempre que el suelo esté completamente saturado. Sin embargo, se ha presentado evidencia de que dicha ley puede no ser suficiente para el análisis cuando están presentes líquidos de diferente composición química (Olsen, 1969). En este caso, es necesario incluir efectos osmóticos y electroquímicos; también hace notar que la teoría clásica de la consolidación no toma en cuenta la capacidad de las arcillas para filtrar sólidos, lo que puede ser un factor importante en el proceso.

Algunos casos en que las curvas de presión de poro observadas no corresponden a las predichas por la teoría de Terzaghi, han sido registrados por Schultze y Krause (1964).

Crawford (1965), entre otros, hizo notar que la rapidez con que los especímenes de suelos se comprimen en pruebas de consolidación estándar, puede ser varios millones de veces mayor de lo que se observa en el campo. También concluyó que la compresibilidad del suelo depende de la rapidez promedio de compresión, y que la estructura del suelo tiene una resistencia a esta que varía sustancialmente con el tiempo. Todo esto puede tener una influencia importante en el cálculo de la distribución de las velocidades de consolidación en el campo.

Suklje y Sovinc (1964) encontraron en sedimentos arcillosos litorales un claro predominio de los desplazamientos distorsionales sobre cambios volumétricos, y que su desarrollo estaba gobernado por la respuesta retardada de las arcillas.

También el fenómeno inverso a la consolidación, la expansión, ha sido tratado en buen número de trabajos.

La consolidación es el mecanismo principal por el cual la variable tiempo entre en los cálculos de la ingeniería de suelos, pero frecuentemente taludes u otras construcciones en diversos suelos han fallado después de su construcción o de que han sido iniciadas construcciones vecinas. Es probable que mecanismos de acción retardada (*creep*) de la estructura del suelo puedan producir esos efectos. Coates *et al* (1963) realizaron un programa de investigaciones para determinar si la resistencia decrecía con el tiempo, concluyendo que efectivamente este fenómeno parece ser un efecto real, que actúa a través de un mecanismo viscoso, dando lugar a pérdidas de hasta 25 por ciento de la resistencia.

La mayor parte de las investigaciones orientadas a determinar efectos de acción retardada han estado dirigidas a medir el aumento de deformación unitaria en el aparato triaxial y fueron resumidas por Singh y Mitchell (1968).

Problemas en regiones adyacentes a una estructura, semejantes a los causados por efectos retardados, pueden deberse a la migración de la presión de poro causada por cargas aplicadas en la superficie del suelo, o a perturbaciones que resultan de la colocación de pilotes. Se ha estudiado también un buen número de casos de deformación de taludes por *creep* . Este tipo de efectos tiene importancia, pues puede ser causa de deslizamientos de tierra.

3.1.4 Temperatura. Los efectos más importantes de los cambios de temperatura han sido observados hasta ahora en laboratorio; la influencia de la temperatura en los resultados de algunos estudios es mayor de lo que generalmente se ha pensado. Un informe amplio sobre este aspecto fue presentado por Mitchell (1969). Campanella y Mitchell (1968) estudiaron la alteración de volumen y presión de poro debidos a cambios de temperatura. Los resultados de pruebas triaxiales drenadas demostraron que las disminuciones importantes permanentes de volumen, que pueden ocurrir durante aumentos de temperatura bajo condiciones drenadas a esfuerzos efectivos constantes, seguidos por enfriamientos, pueden tener exactamente el mismo efecto que la sobreconsolidación, correspondiendo estas condiciones a un incremento de presión inicial seguido por una descarga. Campanella y Mitchell demostraron también que en condiciones similares un cambio de temperatura da lugar a una alteración de la presión de poro. La magnitud de los cambios indica claramente la necesidad de controlar la temperatura en las pruebas de laboratorio, y señala la posibilidad de que ocurran casos en que el comportamiento del suelo en el campo difiera del observado en el laboratorio, dependiendo de la temperatura.

Es probable que la temperatura influya también en la consolidación secundaria como fenómeno viscoso que es, pero los resultados obtenidos en ensayes han sido contradictorios.

Murayama (1969) ha investigado la variación de las constantes elásticas de las arcillas con la temperatura. Los datos obtenidos por cierto número de investigadores, que han sido resumidos por Sherif y Burrous (1969), sugieren que si otros factores se mantienen constantes, un aumento en la temperatura provoca una disminución en la resistencia de los suelos.

Independientemente del fenómeno puramente mecánico de expansión, hay otros que igualmente dan lugar a un aumento de volumen; por ejemplo, cambios de salinidad, cristalización e hidratación de cristales, asociados a alteraciones de temperatura.

Es factible que otros efectos originen problemas de tipo termoelástico, debido a la expansión o contracción del suelo bajo el cambio de temperatura. El problema en su forma lineal es completamente análogo al de consolidación. Esta cuestión ha sido examinada por Scott y Wastmann (1967).

3.2 *Clasificación del comportamiento macroscópico*

En la sec 3.1 se ha visto la gran variedad de formas que el comportamiento macroscópico real de los suelos puede asumir. Los problemas asociados a la formulación de las ecuaciones constitutivas varían con él; esto sucede con el modelo reológico y con los métodos o procedimientos adecuados para incorporar la información relativa a la estructura y comportamiento microscópico. Consecuentemente, es indispensable clasificar los diversos aspectos del comportamiento macroscópico de suelos, para facilitar los problemas que origina la formulación de las ecuaciones constitutivas.

Sin embargo, aparentemente los sistemas de clasificación desarrollados hasta ahora tienen otro propósito: *permitir al ingeniero de suelos describir y discutir un suelo, tanto con brevedad como con la seguridad de que su descripción será aplicada por otro ingeniero, precisamente al mismo suelo* (Scott, 1963). El objetivo ha sido contar con un sistema de clasificación en el cual un suelo pueda ser colocado en una categoría particular una vez que se efectúen pruebas adecuadas.

Uno de los sistemas de clasificación de aceptación más general es el *sistema unificado de clasificación de suelos* (Casagrande), (Scott, 1963); se presenta en la tabla anexa.

Se basa en el tamaño de los granos y en su uniformidad, y clasifica los suelos en granulares o no cohesivos, y en cohesivos de grano más fino. Un segundo nivel de clasificación para los suelos cohesivos los divide en grupos de acuerdo con su compresibilidad, basándose en su límite líquido e índice de plasticidad.

Cuando el objetivo es estudiar y formular ecuaciones constitutivas, la crítica principal a clasificaciones de este tipo es que no establecen una vinculación clara con la clase de problemas y las formas posibles de las ecuaciones constitutivas correspondientes. En realidad, la clasificación que hace falta no es propiamente de los suelos, sino más bien de los tipos del comportamiento esfuerzo-deformación que los suelos exhiben, y de los problemas a que da lugar la formulación de una descripción adecuada de los mismos. Una vez establecida, debería identificarse una correspondencia de cada una de las clases con los problemas de ingeniería en que el comportamiento correspondiente es relevante, el tipo de material en que se presenta, el intervalo de esfuerzos, deformaciones, temperatura y tiempos de carga en que se observa, y finalmente las clases de estructuras y comportamientos microscópicos que lo provocan.

La información respecto a los problemas de ingeniería en que es relevante sería también de gran utilidad, pues facilitaría la definición del grado de perfección del modelo reológico requerido. De acuerdo con Reséndiz (1970),

SISTEMA UNIFICADO DE CI

(INCLUYENDO IDENTIFIC.

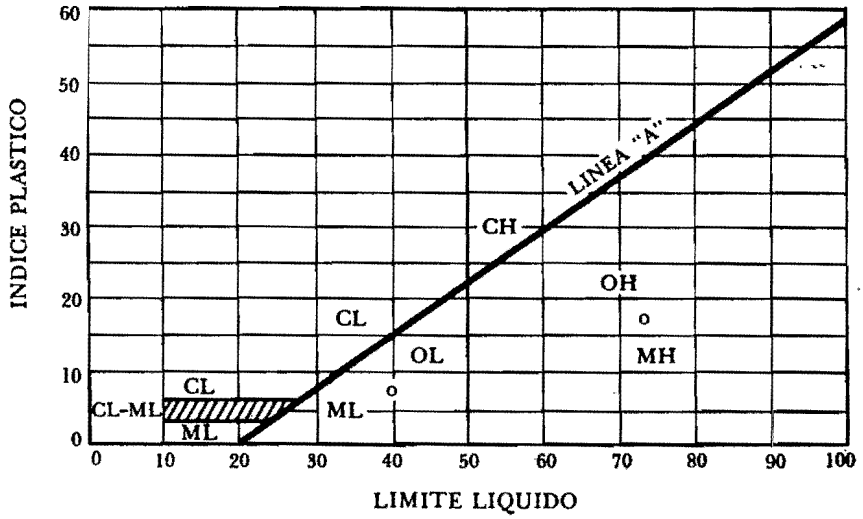
PROCEDIMIENTO DE IDENTIFICACION EN EL CAMPO (Se excluyen las partículas mayores de 7.6 cm (3 pulg.) y se basan las fracciones en pesos estimados)						SIMBOLOS DEL GRUPO (*)	NOMBRES TIPICOS
SUELOS DE PARTICULAS GRUESAS Más de la mitad del material es retenido por la malla Nº 200 (°) (Las partículas de 0.074 m de diámetro [malla Nº 200] son las más pequeñas visibles a simple vista)	GRAVAS Más de la mitad de la fracción gruesa es retenida en la malla Nº 4 (Para clasificación visual puede usarse ½ cm como equivalente a la abertura de la malla Nº 4)	GRAVAS LIMPIAS (Pocas partículas finas o ninguna)	Amplia gama en los tamaños de las partículas y cantidades apreciables de tamaños intermedios			GW	Gravas bien graduadas, mezclas de y arena, con pocos finos o ningun
			Predominio de un tamaño o un tipo de tamaños, con ausencia de algunos intermedios			GP	Gravas mal graduadas, mezclas de y arena, con pocos finos o ningun
		GRAVAS CON FINOS (Cantidad apreciable de partículas finas)	Fracción fina poco o nada plástica (Para identificarla véase grupo ML)			GM	Gravas limosas, mezclas de grava arena y limo
			Fracción fina plástica (Para identificarla véase grupo CL)			GC	Gravas arcillosas, mezclas de grav arena y arcilla
	ARENAS Más de la mitad de la fracción gruesa pasa la malla Nº 4	ARENAS LIMPIAS (Pocas o ninguna partículas finas)	Amplia gama en los tamaños de las partículas y cantidades apreciables de todos los intermedios			SW	Arenas bien graduadas, arenas con g con pocos finos o ninguno
			Predominio de un tamaño a un tipo de tamaños, con ausencia de algunos intermedios			SP	Arenas mal graduadas, arenas con g con pocos finos o ninguno
		ARENAS CON FINOS (Cantidad apreciable de partículas finas)	Fracción fina poco o nada plástica (Para identificarla véase grupo ML)			SM	Arenas limosas, mezclas de arena y
			Fracción fina plástica (Para identificarla véase grupo CL)			SC	Arenas arcillosas, mezclas de arena arcilla
SUELOS DE PARTICULAS FINAS Más de la mitad del material pasa la malla Nº 200 (Las partículas de 0.074 m de diámetro [malla Nº 200] son las más pequeñas visibles a simple vista)	PROCEDIMIENTO DE IDENTIFICACION EN LA FRACCION QUE PASA LA MALLA Nº 40						
	LIMOS Y ARCILLAS Límite líquido menor de 50	RESISTENCIA EN ESTADO SECO (característica al rompimiento)	MOVILIDAD DEL AGUA (reacción al agitado)	TENACIDAD (consistencia cerca del límite plástico)			
		Nula o ligera	Rápida a lenta	Nula		ML	Limos inorgánicos, polvo de roca, li arenosos o arcillosos ligeramente plá
		Media o alta	Nula a muy lenta	Media		CL	Arcillas inorgánicas de baja o medi plasticidad, arcillas con grava, arcill arenosas, arcillas limosas, arcillas pob
		Ligera a media	Lenta	Ligera		OL	Limos orgánicos y arcillas limosa orgánicas de baja plasticidad
	LIMOS Y ARCILLAS Límite líquido mayor de 50	Ligera a media	Lenta a nula	Ligera a media		MH	Limos inorgánicos, limos micáceos diatomáceos, limos elásticos
		Alta a muy alta	Nula	Alta		CH	Arcillas inorgánicas de alta plasticid arcillas francas
		Media a alta	Nula a muy lenta	Ligera a media		OH	Arcillas orgánicas de media o alt plasticidad, limos orgánicos de plasticidad media
SUELOS ALTAMENTE ORGANICOS	Fácilmente identificables por su color, olor, sensación esponjosa y, frecuentemente, por su textura fibrosa					Pt	Turba y otros suelos altamente orgánicos

(*) Clasificaciones de frontera — Los suelos que pasen las características de dos grupos se designan combinando dos símbolos. Por ejemplo, GW-GC, me

(°) Todos los tamaños de las mallas son los *U.S. Standard.*

ASIFICACIONES DE SUELOS

CION Y DESCRIPCION)

	INFORMACION NECESARIA PARA LA DESCRIPCION DE LOS SUELOS	CRITERIO DE CLASIFICACION EN EL LABORATORIO
ava	Dése el nombre típico, indíquense los porcentajes aproximados de grava y arena, tamaño máximo, angulosidad, características de la superficie y dureza de las partículas gruesas, nombre local y geológico, cualquier otra información descriptiva pertinente y el símbolo entre paréntesis.	Úsese la curva granulométrica para identificar las fracciones de suelo anotadas en la columna de identificación en el campo
ava	Para los suelos inalterados, agréguese información sobre estratificación, compacidad, cementación, condiciones de humedad y características de drenaje.	Determínense los porcentajes de grava y arena de la curva granulométrica. Dependiendo del porcentaje de finos (fracción que pasa la malla N° 200) los suelos gruesos se clasifican como sigue: Menos de 5 %: GW, GP, SW, SP. Más de 12 %: GM, GC, SM, SC. 5 % a 12 %: Casos de frontera que requieren el uso de símbolos dobles.
ava,		Coeficiente de uniformidad (C_u), Coeficiente de curvatura (C_c) $C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}}$, mayor de 4; $C_c = \frac{(D_{30})^2}{D_{10} \times D_{60}}$, entre 1 y 3
ava,	EJEMPLO:	No satisfacen todos los requisitos de graduación para GW
imo	Arena limosa con grava, con 20 % de grava de partículas duras, angulosas y de 15 cm de tamaño máximo; arena gruesa o fina de partículas redondeadas o subangulosas; alrededor de 15 % de finos no plásticos de baja resistencia en estado seco; compacta y húmeda en el lugar, arena aluvial, (SM).	Límites de plasticidad abajo de la línea A o I_p menor de 4 — Arriba de la línea A y con I_p entre 4 y 7 son casos de frontera que requieren el uso de símbolos dobles
y		Límites de plasticidad arriba de la línea A con I_p mayor de 7
		$C_u = \frac{D_{60}}{D_{10}}$, mayor de 6; $C_c = \frac{(D_{30})^2}{D_{10} \times D_{60}}$, entre 1 y 3
		No satisfacen todos los requisitos de graduación para GW
		Límites de plasticidad abajo de la línea A o I_p menor de 4 — Arriba de la línea A y con I_p entre 4 y 7 son casos de frontera que requieren el uso de símbolos dobles
		Límites de plasticidad abajo de la línea A o I_p mayor de 7
nos ticos	Dése el nombre típico, indíquense el grado y carácter de la plasticidad; cantidad y tamaño máximo de las partículas gruesas; color del suelo húmedo; nombre local y geológico; cualquier otra información descriptiva pertinente y el símbolo entre paréntesis.	EQUIVALENCIA DE SIMBOLOS G-Grava M-Limo O-Suelos orgánicos W-Bien graduada L-Baja compresibilidad S-Arena C-Arcilla R-Turba P-Mal graduada H-Alta compresibilidad
o	Para los suelos inalterados, agréguese información sobre la estructura, estratificación, consistencia tanto en estado inalterado como remoldeado, condiciones de humedad y drenaje.	COMPARANDO SUELOS A IGUAL LIMITE LIQUIDO, LA TENACIDAD Y LA RESISTENCIA EN ESTADO SECO AUMENTAN CON EL INDICE PLASTICO
lad,	EJEMPLO:	
	Limo arcilloso, café, ligeramente plástico, porcentaje reducido de arena fina; numerosos agujeros verticales de raíces; firme y seco en el lugar, loess (ML).	CARTA DE PLASTICIDAD PARA LA CLASIFICACION DE SUELOS DE PARTICULAS FINAS EN EL LABORATORIO

zcla de grava y arena bien graduada con cementante arcilloso.

a pesar de las notables desviaciones del comportamiento de los suelos con respecto a la teoría de la elasticidad lineal e isotrópica, se ha demostrado empíricamente que el cálculo de la respuesta del suelo mediante las relaciones esfuerzo-deformación correspondientes, puede ser suficientemente aproximado para fines prácticos en los siguientes casos:

a) *Estructuras de tierra y cimentaciones sujetas a excitaciones dinámicas pequeñas o moderadas, esto es, de magnitud tal que los esfuerzos dinámicos inducidos son pequeños en comparación con la resistencia de los suelos. Tales son las condiciones en la mayoría de las cimentaciones de maquinaria y en algunos casos de excitación sísmica de cimentaciones y de estructuras térreas.*

b) *Cimentaciones y estructuras de tierra sujetas a procesos monotónicos de carga o descarga, con incrementos de esfuerzos pequeños en comparación con la magnitud de los esfuerzos iniciales y con la resistencia. Estas condiciones suelen cumplirse alrededor de excavaciones poco profundas, tras muros de retención que sufren desplazamientos pequeños, en cimentaciones superficiales o profundas con factores de seguridad muy grandes, en presas de tierra sujetas a variaciones en el nivel del embalse, y en elementos de suelo a distancias moderadas o grandes, de zonas sujetas a cambios cualesquiera en el estado de esfuerzos.*

Es probable que haya otras situaciones de interés práctico en que las desviaciones de la teoría lineal puedan describirse con modificaciones sencillas de las ecuaciones constitutivas, y en forma semejante los efectos viscoelásticos se representen satisfactoriamente modificando poco el modelo elástico; pero tales extensiones solo pueden derivarse efectivamente a la vista del

comportamiento macroscópico exhibido por el suelo correspondiente, y teniendo en cuenta el tipo de problema de ingeniería que se intenta atacar.

3.3 *Selección, especialización y desarrollo de modelos reológicos*

Es necesario que de entre el gran número de teorías y modelos desarrollados en mecánica de los medios continuos, se seleccionen aquellos que son relevantes en conexión con mecánica de suelos. Una vez identificados, se requiere definir con mayor precisión su aplicabilidad y modificarlos cuando sea necesario, para hacerlos más adecuados a los suelos. Debido al considerable avance de la mecánica de los medios continuos, es de esperarse que la necesidad de desarrollar nuevos modelos reológicos básicos sea poco frecuente, aunque tal necesidad puede ocurrir, como parece ser el caso de la teoría de mezclas, que aparentemente deberá sufrir ajustes básicos importantes para hacerla aplicable a suelos.

3.3.1 Teoría de consolidación. Como se mencionó en el cap 2, los suelos desde el punto de vista de mecánica de los medios continuos deben considerarse como mezclas, no tanto porque sus componentes sólidos no sean homogéneos, sino principalmente por la presencia de una fase líquida o gaseosa que ocupa los poros de su componente sólido. En la actualidad se cuenta con una teoría de mezclas considerablemente desarrollada (Truesdell, 1965; Green y Adkins, 1964; Green y Naghdi, 1965, Green y Naghdi, 1967), pero está orientada básicamente a explicar los fenómenos que ocurren en mezclas químicas y aparentemente es poco apropiada para describir materiales tales como los suelos. Quizá el trabajo de Green y Adkins (1964) en que se examina la difusión de un fluido no lineal a través de un sólido elástico, sea el más apropiado para su aplicación a los suelos. En cualquier caso, no ha habido

relación entre los estudios realizados por investigadores en la fundamentación de la mecánica de los medios continuos y los de quienes trabajan en mecánica de suelos.

En el mismo cap 2 se mencionó que la falta de una teoría de mezclas se suple utilizando esfuerzos efectivos para describir el comportamiento del suelo. Cuando se procede así, es necesario adoptar alguna hipótesis para el comportamiento dinámico de la fase líquida en las teorías de consolidación más comúnmente empleadas en mecánica de suelos, que consiste en la ley de Darcy.

El fenómeno de consolidación fue discutido originalmente por Terzaghi y posteriormente por Rendulic, quienes consideraron exclusivamente deformación elástica unidimensional del material sólido y supusieron que la ley de Darcy era obedecida por el líquido. Biot, y después Mandel, consideraron la situación tridimensional para deformaciones pequeñas.

Sin embargo, las ecuaciones que gobiernan la deformación del sólido y la difusión del líquido están acopladas, lo que da lugar a dificultades matemáticas considerables en su solución. McNamee y Gibson (1960), Schiffman y Gibson (1964), Gibson, Schiffman y Pu (1968), obtuvieron soluciones para algunos problemas específicos.

Las ecuaciones de Terzaghi-Rendulic son más fáciles de resolver y se pueden obtener soluciones aproximadas por métodos numéricos. Sin embargo, en años recientes el problema general en el que los medios están acoplados, se puede tratar por métodos variacionales y técnicas del elemento finito, utilizando calculadoras digitales.

En el desarrollo de cualquier teoría de consolidación hay tres aspectos que deben incluirse:

1) *La suposición de algunas propiedades para el sólido poroso*

2) *La suposición de propiedades para el material que llena los poros del sólido*

3) *La suposición de algunas propiedades para la interacción entre el material que llena los poros y el sólido poroso.*

En general, el modelo del sólido puede ser elástico, plástico, viscoelástico, no lineal, etc.

También al fluido se le pueden asignar características diversas, así como a las relaciones entre este y el sólido poroso, aunque se suele suponer la validez de la ley de Darcy. De lo anterior resulta claro que la mecánica de suelos se ha ocupado solamente de una parte pequeña de las clases posibles de problemas de consolidación, y que el problema completo incluye el comportamiento mecánico de sólidos compuestos interactuantes, y que consecuentemente debe basarse en una teoría de mezclas adecuada para describir esta clase de fenómenos.

Las arcillas, al consolidarse, continúan deformándose lentamente después que la consolidación predicha por la teoría de Terzaghi-Biot ha cesado. Este fenómeno se llama consolidación secundaria; su origen es de carácter por completo diferente, pues se debe a la respuesta retardada del material sólido, por lo que su descripción requiere la introducción de ecuaciones constitutivas de los sólidos que incorporen el retraso en la respuesta. Los sólidos en los modelos correspondientes son viscoelásticos y en esta forma han

sido examinados por diversos investigadores en años recientes; entre ellos, Biot (1956, 1963), Florin (1959), Schiffman y Habetler (1967), Yamada (1967), Suklje (1967) y Chen (1968). Christie (1964) resume el trabajo de varios autores sobre consolidación secundaria y demuestra que hay menos diferencias entre estas teorías de lo que se pensaba. En el libro editado por Tsytovich (1967) se presenta una breve historia del estudio de la consolidación, y se discuten diversos problemas relativos tanto a la consolidación primaria como a la secundaria.

3.3.2 Modelos elásticos. A pesar de sus limitaciones, el modelo elástico lineal es uno de los que se han usado más ampliamente en mecánica de suelos (Reséndiz, 1970). Para que la teoría de la elasticidad lineal e isotrópica sea válida, se requiere que las deformaciones sean pequeñas y que los ejes principales de deformación y esfuerzo coincidan. Tal vez la limitación más importante desde el punto de vista práctico de esta teoría, es que la misma no puede explicar el efecto de dilatancia de los suelos, el cual distingue claramente a estos materiales de muchos otros usados en ingeniería. En consecuencia, solo en circunstancias especiales se puede esperar que las relaciones esfuerzo-deformación lineales representen con suficiente aproximación la respuesta de un suelo a la solicitación de un sistema de cargas. En general, el grado de aproximación dependerá del nivel inicial de esfuerzos, de la magnitud de sus incrementos y del tipo de suelo.

Los dos parámetros que caracterizan un material elástico lineal e isotrópico varían con los niveles de esfuerzo inicial y final; además, frecuentemente difieren cuando se les determina con diversos tipos de prueba. Por ejemplo, la relación de Poisson de un suelo parcialmente saturado, determinada en términos de las deformaciones principales en prueba de compresión triaxial,

bajo esfuerzo lateral constante, puede ser diferente de la determinada en términos de la relación de esfuerzos principales, en una prueba de compresión unidimensional, bajo deformación lateral nula. Es natural que esto sea así, ya que el uso de la elasticidad lineal en los suelos es en realidad una forma arbitraria de representar un comportamiento no lineal, en el cual, por no ser válido el principio de superposición y por haber anisotropía inducida, las trayectorias de esfuerzo influyen en la respuesta.

Los parámetros más comunes para describir relaciones esfuerzo-deformación lineales e isotrópicas, son el módulo de Young, E, y la relación de Poisson, ν. Los valores de E y ν varían con los esfuerzos hidrostáticos efectivos de preconsolidación y actuante.

Para determinar los parámetros E y ν en problemas dinámicos, se utilizan procedimientos especiales. En general, debe procurarse que se reproduzcan las condiciones de esfuerzos iniciales y las trayectorias de esfuerzos efectivos del prototipo.

El módulo de deformación recuperable, E_e, y el de deformación bajo carga repetida, E_s, obtenidos en pruebas casi estáticas, considerando en el primer caso las deformaciones recuperables y en el segundo las totales después de cierto número de ciclos de carga, son generalmente comparables. Dichos valores son también semejantes o poco menores que el módulo de elasticidad dinámico, E_d, obtenido a partir de la frecuencia fundamental de una probeta cilíndrica excitada axialmente. Los tres dan en general resultados satisfactorios en la predicción de respuestas dinámicas.

El valor de E_e se obtiene al someter a ciclos de carga y descarga axial, una probeta cilíndrica bajo esfuerzo lateral exterior constante. El módulo E_s se define como la relación entre el incremento de esfuerzo axial y

el correspondiente de deformación axial actual, después de pequeños incrementos y decrementos sucesivos de carga axial (Reséndiz, 1970). El procedimiento para la determinación de E se basa en el hecho experimental de que tanto el trabajo de histéresis como el de deformaciones diferidas, se reducen considerablemente después que la probeta se somete a cierto número de ciclos de carga y descarga de pequeña amplitud. El módulo de elasticidad dinámico E_d se calcula mediante la relación que en la teoría de elasticidad lineal existe entre la frecuencia fundamental de vibración longitudinal de una barra y el módulo de Young.

Por lo que respecta a los parámetros aplicables a carga estática, es importante tener en cuenta la irreversibilidad de una parte de las deformaciones del suelo, y que los parámetros de elasticidad en carga y descarga son muy diferentes. Su determinación se efectúa habitualmente por medio de una prueba triaxial.

Como se vio con anterioridad, la ecuación constitutiva más general para un material elástico no lineal tiene la forma dada por la ec 2.5.1. En realidad, los suelos no son materiales elásticos; debido a ello, los esfuerzos en un instante dado dependen de la historia de las deformaciones, por lo menos de los máximos valores alcanzados por los componentes de la deformación a lo largo de ciertas trayectorias. En el caso particular de carga proporcional bajo ciertas condiciones, es posible expresar los esfuerzos en función del estado final de las deformaciones, ya que este define la trayectoria seguida por el material en el espacio de las deformaciones unitarias.

Para programas de carga proporcional es frecuente emplear las llamadas leyes de deformación, que dan la deformación total en función del estado de esfuerzos actuante. Dichas leyes pueden extenderse a ciertos programas más generales que los de carga proporcional. Su expresión general para materiales inicialmente isotrópicos toma la forma de la ec 2.5.1, cuya aproximación de segundo grado ha sido usada frecuentemente en mecánica de suelos y está dada por

$$\tau_{ij} = (2B_1 I_1 + 3B_2 I_1^2 + B_3 I_2)\delta_{ij}$$

$$+ (B_4 + B_3 I_1)\varepsilon_{ij} + B_5 \varepsilon_{i\ell}\varepsilon_{\ell j}$$

donde I_1, I_2, I_3 son los tres invariantes de la deformación y las cinco constantes B se determinan a partir de pruebas apropiadas. Debido a que los suelos granulares no se comportan en la realidad como un material de segundo orden, no es posible esperar que las relaciones esfuerzo-deformación que contienen las cinco constantes del material describan adecuadamente su comportamiento a lo largo de un programa arbitrario de carga. Sin embargo, esta ley de segundo orden incorpora efectivamente los aspectos cualitativos importantes del comportamiento del suelo que lo distinguen de la mayor parte de otros materiales empleados en ingeniería. Al respecto, Reséndiz (1970) hace notar que los escasos resultados experimentales disponibles indican que cuantitativamente el grado de aproximación de esta ecuación es decepcionante, y sugiere la posibilidad de incluir mayor número de términos para superar la dificultad.

Además de las leyes de deformación, se han utilizado otras llamadas leyes de deformación empíricas debido a que no están sujetas a satisfacer las res

tricciones mencionadas. Es claro que en estas condiciones su aplicabilidad es sumamente restringida. Kondner (1963), y Kondner y Zelasko (1963), han propuesto relaciones esfuerzo-deformación de tipo hiperbólico para describir los resultados de pruebas triaxiales para suelos cohesivos en condiciones no drenadas y para suelos granulares en condiciones drenadas. Marsal *et al* (1965), encontraron que los suelos granulares bajo presiones confinantes tales que no hay rotura de granos, satisfacen relaciones esfuerzo-deformación de tipo parabólico en prueba axial drenada, siempre que los esfuerzos desviadores sean menores del 80 por ciento del correspondiente a la falla.

En la solución numérica de problemas con valores en la frontera, en general es preferible expresar las leyes de deformación no lineales en forma incremental. En este sentido, la expresión incremental de una ley de deformación no es más que la forma diferencial de dicha ley. Sin embargo, conviene hacer notar que si al módulo tangente no se le impone ninguna restricción del tipo de las que deben satisfacer las derivadas parciales de una función (condiciones de simetría), entonces es posible expresar en forma incremental una clase de relaciones esfuerzo-deformación más amplia que la que admite una expresión de la forma de la ec 2.5.1.

3.3.3 **Viscoelasticidad.** Para describir los efectos de respuesta retardada de los suelos, se puede emplear la teoría de la viscoelasticidad que relaciona los esfuerzos con la historia de las deformaciones. En el caso de un material linealmente viscoelástico, para el cual un principio de superposición es válido, los esfuerzos y las deformaciones están relacionados por las ecuaciones

$$\sigma_{ij}(t) = \int_0^t K(t - \tau) \frac{d\varepsilon_{ij}}{d\tau} d\tau \qquad (3.3.3.1)$$

y

$$\sigma'_{ij}(t) = \int_0^t G(t - \tau) \frac{d\varepsilon'_{ij}}{d\tau} d\tau \qquad (3.3.3.2)$$

donde σ'_{ij} y ε'_{ij} son los tensores desviador de esfuerzo y de deformación, respectivamente, K(t) y G(t) son dos funciones dependientes de las propiedades del material, que juegan un papel similar a las constantes K y G en la teoría de la elasticidad lineal.

Estas relaciones se pueden expresar en forma inversa:

$$\varepsilon_{ii}(t) = \int_0^t S(t - \tau) \frac{d\sigma_{ii}}{d\tau} d\tau \qquad (3.3.3.3)$$

y

$$\varepsilon'_{ij}(t) = \int_0^t J(t - \tau) \frac{d\tau'_{ij}}{d\tau} d\tau \qquad (3.3.3.4)$$

donde S(t) y J(t) son funciones que dependen de las propiedades del material.

Los modelos viscoelásticos frecuentemente se definen mediante sistemas de resortes y amortiguadores. También es habitual asociarlos a los nombres de las personas que los desarrollaron por primera vez. Así, un resorte lineal y un amortiguador lineal en serie forman el modelo de Maxwell, y en paralelo el modelo de Voigt. Con mayor generalidad, la ecuación constitutiva tiene la forma diferencial

$$\sum_{n=0}^{N} a_n \frac{d^n}{dt^n} F(t) = \sum_{m=0}^{M} b_m \frac{d^n}{dt^m} u(t)$$

donde F(t) y u(t) son las funciones de fuerza y desplazamiento, y los coeficientes a_n y b_m están relacionados con los tiempos de relajación. El modelo de Maxwell y el de Voigt son casos particulares del más general. Los modelos viscoelásticos lineales también pueden representarse mediante funciones de respuesta espectral.

Todos los modelos anteriores corresponden a materiales lineales. La investigación en mecánica de suelos que emplea modelos reológicos lineales y la teoría de la viscoelasticidad lineal, no toma en cuenta la respuesta no lineal del material. Este punto fue discutido ampliamente por Drescher (1967), quien estudió la respuesta retardada no lineal para suelos cohesivos, y mediante datos experimentales demostró que la superposición no es válida bajo condiciones de esfuerzo uniaxial. El mismo autor usa la representación integral propuesta por Green y Rivlin (1957), que puede escribirse como una serie infinita:

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t} J_1(t - \tau_1) \frac{d\sigma(\tau_1)}{d\tau_1} d\tau_1 +$$

$$\int_{-\infty}^{t}\int_{-\infty}^{t} J_2(t - \tau_1,\ t - \tau_2) \frac{d\sigma(\tau_1)}{d\tau_1} d\tau_1\, d\tau_2 +$$

$$\int_{-\infty}^{t}\int_{-\infty}^{t} J_N(t - \tau_1, \ldots t - \tau_N) \frac{d\sigma(\tau_1)}{d\tau_1} \cdots \frac{d\sigma(\tau_N)}{d\tau_N} d\tau_1 \ldots d\tau_N + \ldots$$

Con los términos primero y tercero de esta serie, Drescher pudo representar la parte de la deformación dependiente del tiempo de una arcilla, que también exhibió deformaciones elásticas y plásticas.

En mecánica de suelos, la deformación viscosa o viscoelástica recibe también el nombre de consolidación secundaria. Schiffman (1959) discutió va

rios tipos de modelos reológicos mecánicos para representar esta clase de comportamiento del material. El análisis de los resultados de las pruebas experimentales correspondientes, en general ha usado modelos y conceptos reológicos (Anagnosti, 1963; Hardin, 1968; Tan, 1964). Schiffman, Ladd *et al* (1964) propusieron un modelo de cinco elementos para estudiar la consolidación secundaria de arcillas; otros modelos fueron examinados por Murayama y Shibata (1964), y por su parte Tsytovich y Ter-Martirosyan (1966) examinaron el problema de determinar los parámetros viscoelásticos para arcillas parcialmente saturadas.

3.3.4 Plasticidad y teorías de falla. Los fenómenos de falla y fluencia requieren modelos especiales para ser descritos en forma adecuada. En mecánica de suelos se han utilizado para este objeto principalmente la teoría de la plasticidad y la de la falla de Mohr-Coulomb.

En la teoría de la plasticidad (Prager, 1959) se considera que el material se comporta elásticamente hasta que alcanza la condición de fluencia. Esta condición toma la forma de una superficie en el espacio de los esfuerzos, la cual debe ser convexa. Un material idealmente plástico y estable tiene un comportamiento perfectamente elástico mientras su estado de esfuerzos se encuentre en un punto dentro de la región limitada por la superficie de fluencia, y fluye indefinidamente cuando dicho estado se encuentra en la superficie de fluencia. La posición de esta no depende de la historia de los esfuerzos en el material en el caso de los idealmente plásticos. Sin embargo, los materiales reales *endurecen con la deformación*, y la posición de la superficie de fluencia depende de la historia de la deformación (Drucker, 1962).

Para materiales isotrópicos, σ_1, σ_2 y σ_3 son intercambiables, por lo que basta conocer una parte de la superficie de fluencia para que queden determinadas las demás. Diversos criterios de fluencia han sido considerados, entre ellos el de Tresca (Prager, 1959), que se basa en el esfuerzo cortante máximo, y el de Huber y Von Mises, que se fundamenta en la magnitud del segundo invariante de esfuerzo desviador.

6)

Desgraciadamente, las relaciones esfuerzo-deformación hasta ahora desarrolladas, se apoyan en dos hechos experimentales válidos para muchos metales, pero inaplicables a los suelos:

a) la influencia de las presiones hidrostáticas no es apreciable, excepto si son muy altas

b) la deformación ocurre en cualquier caso, a volumen prácticamente constante

En esas condiciones, solo los esfuerzos cortantes y las deformaciones distorsionales son importantes en las relaciones esfuerzo-deformación.

s,

En los suelos, por lo contrario, las condiciones de fluencia y las relaciones esfuerzo-deformación son muy sensibles al esfuerzo hidrostático y cubren una gama muy amplia de posibilidades de cambio de volumen durante la deformación plástica, desde expansión hasta contracción pasando por cambio nulo.

Ya que la presión hidrostática es significativa, en general la superficie de fluencia para una arena estaría dada por una ecuación de la forma

$$F(J_1,\ J_2',\ J_3') = 0 \qquad (3.3.4.1)$$

La experiencia ha mostrado que J_1 interviene frecuentemente en forma lineal en esta ecuación. Cuando un material se encuentra en un estado de esfuerzos sobre la superficie de fluencia, las deformaciones plásticas son normales a esta para un material idealmente plástico. Las implicaciones de este hecho para el comportamiento de suelos cohesivos han sido consideradas por Drucker y Prager (1952), y Drucker, Gibson *et al* (1957). Si la condición de normalidad es válida para un material plástico, entonces la relación entre las *velocidades* de la deformación y los esfuerzos aplicados está dada por una *regla de flujo asociada*. Para definir esta regla de flujo, es útil introducir un potencial plástico

$$\dot{\varepsilon}^{P}_{ij} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \qquad (3.3.4.2)$$

Un esfuerzo muy considerable ha sido destinado a determinar el potencial plástico de los suelos (Roscoe y Burland, 1968; Barden *et al*, 1969).

Aparentemente, las arenas muestran en determinados aspectos endurecimiento con la deformación, y deformaciones inelásticas se presentan aun en las más pequeñas desviaciones de las condiciones de esfuerzo hidrostático. Ya que el material subsecuentemente exhibe comportamiento elástico bajo carga y descarga a niveles de esfuerzo menores de los que se habían alcanzado previamente, es necesario pensar que una superficie de fluencia se forma en el punto límite del esfuerzo cortante para poder retener la definición de la superficie de fluencia usada en la teoría de la plasticidad. En ensayes de arenas se ha demostrado (Ko y Scott, 1967b) que cargando o descargando a lo largo de la misma trayectoria de esfuerzo, el material exhibe al menos parcialmente comportamiento reversible, por lo que es claro que cada nuevo pun

to alcanzado en una trayectoria de esfuerzo cortante dada, es un punto de una nueva superficie de fluencia así generada.

La superficie de fluencia debe distinguirse de la superficie de falla; la cuestión de la identidad de estas dos superficies está ligada a la aplicabilidad de la condición de normalidad para la superficie de falla. Se ha intentado establecer teorías de falla para suelos no cohesivos, siendo la más común la de Mohr-Coulomb. En la actualidad no existe ningún sustituto útil (Geuze, 1964). La teoría de Mohr-Coulomb se basa en la premisa de que el suelo falla cuando la oblicuidad del esfuerzo resultante alcanza un valor máximo en algún plano en el material. En esta teoría se ignora el efecto del esfuerzo principal intermedio. Drucker (1953) ha interpretado los criterios de falla modificados tanto de Tresca como de Von Mises como extensiones del criterio de Coulomb bidimensional al espacio de esfuerzo tridimensional, pero Shield (1955) considera que la forma que se muestra en la fig 1 es la única adaptación tridimensional apropiada de la ley de Mohr-Coulomb. Aunque el trabajo de Shield se refiere a suelos cohesivos ideales, su representación cónica de la superficie de falla parece adecuada para materiales no cohesivos. Coleman (1960) sugirió una ecuación general invariante para describir la falla en suelos; una superficie de falla semejante ha sido propuesta por Geniev (1968), basada en resultados de ensayes de Lomize y Kryzhanovsky (1967). Por su parte, Parkin (1965) formuló un criterio de falla que se apoya en un análisis del comportamiento de un medio granular idealizado.

El perfeccionamiento de los aparatos y procedimientos de prueba ha permitido efectuar ensayes y programas de carga que cubren posibilidades muy amplias en el espacio de esfuerzos principales; esto a su vez ha hecho factible poner a prueba la condición de normalidad.

Weidler y Paslay (1968) hicieron notar que dicha condición no constituye una ley de la naturaleza, y que en sistemas con fricción no es válida en general. Con base en consideraciones de energía derivaron una regla de flujo, que de acuerdo con sus conclusiones sería necesaria para materiales con fricción, ya que la condición de normalidad no se observa experimentalmente. Sin embargo, debido a la naturaleza del comportamiento del suelo no es claro qué tan sensitivo es este a la naturaleza de la prueba que se utiliza en la investigación de la normalidad. De Jong (1964) también discutió la falta de cumplimiento de la condición de normalidad en suelos. Roscoe, en su análisis al trabajo de De Jong, pone en duda sus afirmaciones respecto a la condición de normalidad y discute la investigación del Laboratorio de Cambridge en esferas de acero y en arcillas normal o ligeramente preconsolidadas.

Roscoe considera que en mecánica de suelos se destina demasiado esfuerzo para estudiar condiciones de falla, especialmente si se toma en cuenta que el diseño de las estructuras se hace a niveles de esfuerzo mucho menores. Para él, es la región de fluencia la que debe ser estudiada en detalle y hace notar que la envolvente de Mohr-Coulomb no es una superficie de fluencia en el verdadero sentido de la palabra.

Aparentemente, no es posible establecer por ahora en forma definitiva la relevancia de la falta de normalidad en el análisis de los problemas plásticos, lo que debe ser examinado más extensamente.

Davis (1968) ha discutido las diferentes formas de la teoría de plasticidad con reglas de flujo asociadas o sin ellas, y ha propuesto una variante de la regla de flujo para permitir seleccionar el cambio de volumen en las

condiciones de flujo, de tal manera que se ajuste a las mediciones obtenidas en el comportamiento real del suelo.

3.4 *Criterios de selección de tipo inductivo y causal*

Al hacer el planteamiento del problema teórico general de la obtención de las ecuaciones constitutivas de los suelos, se ha visto que el mismo se puede formular en términos de la selección y especialización de modelos reológicos adecuados. En efecto, suponiendo que se cuenta con un modelo reológico general, que contiene entre sus casos particulares la ecuación constitutiva de un material dado, el trabajo experimental requerido para su obtención será tanto más sencillo cuanto más específico sea el modelo al cual se ajustan los parámetros por medio de los experimentos.

El trabajo teórico que se requiere puede concebirse como el desarrollo de métodos para pasar sistemáticamente de modelos de relaciones esfuerzo-deformación de mayor generalidad a otros más específicos, pero en forma tal que la ecuación constitutiva del material considerado se mantenga como un caso particular del modelo más específico.

Una primera etapa en este proceso la forman los conceptos del cap 2, donde se han formulado ecuaciones constitutivas que satisfacen los tres postulados fundamentales: *a*) determinismo del esfuerzo; *b*) el principio de acción local, y c) el principio de independencia del sistema de referencia. Otro paso en la obtención de modelos reológicos más específicos se da al restringir la atención a materiales simples, cuyos esfuerzos en un punto dependen solo de la historia de los gradientes de las deformaciones en ese punto.

Cuando el material exhibe simetrías, es posible progresar aún más al incorporarlas en los modelos reológicos que se consideran.

Para etapas ulteriores es necesario recurrir al conocimiento previo disponible del comportamiento del material considerado, que puede derivarse del que ha exhibido en el campo o en el laboratorio. Cuando esta información se compara con la relativa a los modelos reológicos que se han desarrollado en mecánica de los medios continuos, es posible lograr mayor especialización; a esta forma de proceder corresponde en gran medida el material de la sec 3.3. Sin embargo, el método es poco sistemático y no es mucho lo que se puede avanzar con él sin correr grave riesgo de llegar a especializaciones inadecuadas; es decir, que no contengan como casos particulares las ecuaciones constitutivas del material o materiales que interesan. De aquí la necesidad de recurrir a procedimientos de selección más sistemáticos.

Los suelos presentan características comunes de comportamiento, cuyo grado de similitud está condicionado tanto por la naturaleza del material como por el rango de esfuerzos y deformaciones considerado, temperaturas, etc. Hay dos formas principales para identificar estos rasgos comunes: *a*) derivarlos de la causa general que los provoca, y *b*) inducirlos del resultado de gran número de pruebas en suelos de la misma especie. Sin embargo, ambas formas no son independientes; es común que una propiedad primero se asocie a una clase de material inductivamente a través de gran número de pruebas y posteriormente se identifique la causa que lo provoca; por ejemplo, la no cohesividad. Alternativamente, de una característica general de la constitución de algunos suelos puede deducirse que cierta clase de comportamiento es previsible para ellos y después verificar que efectivamente lo exhiben.

3.4.1 **Criterios causales.** La fuente principal para el establecimiento de criterios derivados de una causa común que provoca cierto comportamiento, es el conocimiento de la estructura y comportamiento microscópicos. Sin embargo, en esta área de estudio conviene distinguir dos tipos de investigaciones, unas que tienen por propósito conocer la estructura y el comportamiento microscópicos, y otras cuyo objetivo es desarrollar métodos para incorporar este conocimiento en las ecuaciones constitutivas.

3.4.1a **Investigaciones acerca de la estructura y el comportamiento microscópicos.** Las discuciones teóricas del comportamiento del suelo a nivel microscópico, se dividen en dos grupos: las que se refieren a materiales no cohesivos en los cuales las fuerzas intermoleculares son pequeñas, y aquellas relativas a materiales en que las fuerzas entre las partículas debidas a su composición molecular y a la naturaleza química del agua intersticial predominan, como las arcillas. Las investigaciones que directa o indirectamente se refieren a la estructura del suelo son escasas, debido tal vez a las dificultades de dicha investigación, o a que gran parte de la metodología relativa a este campo cae fuera de la corriente principal de la mecánica de suelos.

Un ejemplo importante de dicha clase de trabajo es el artículo de Roscoe (1967), que incluye imágenes sumamente finas de la estructura de una arcilla, obtenidas con la técnica del as electrónico microscópico escudriñador (*scanning electron beam microscopic technique*). De esta manera se ha demostrado que los esfuerzos cortantes dan lugar a anisotropías en algunas regiones, las cuales deben ser tomadas en cuenta en la formulación de ecuaciones constitutivas.

Algunos otros trabajos incluyen el de Karlsson y Pusch (1967), el de Penner (1965) y una investigación de la relación entre las propiedades eléctricas del suelo y su estructura debida a Mitchell y Arulanandran (1968). Se estima que las arcillas consisten en una malla de partículas minerales interconectadas de alguna manera, cuyos intersticios contienen agua. Se han utilizado consideraciones físico-químicas para describir tanto las relaciones entre las partículas de las arcillas como el estado molecular y iónico del agua de poro. Un aspecto de interés fundamental en mecánica de suelos es la determinación de los procesos de deformación y falla en arcillas. Se han planteado diversas teorías para explicar cómo están interconectadas las plaquetas de arcilla; algunas suponen que no hay contacto efectivo, pero que en su lugar se ubican moléculas de agua *orientadas o estructuradas*, o iones de otra naturaleza. Se considera entonces, que el fenómeno de relajación que manifiestan bajo carga las arcillas, se debe, principalmente, a las propiedades del agua y de otras moléculas minerales que se instalan en los espacios más pequeños entre las partículas. La difusión de las moléculas de agua y los iones alrededor de los puntos de mayor acercamiento de las partículas, resulta de un movimiento que varía con el tiempo de una partícula respecto a otra.

En los últimos diez años se ha logrado un progreso considerable en la comprensión del mecanismo de deformación de las arcillas, debido a la aplicación de una teoría (*rate process theory*) desarrollada por Eyring y sus colaboradores en el campo de la cinética química; esta teoría ha sido revisada por Mitchell, Singh y Campanella (1969). De acuerdo con ella, los átomos y las moléculas que participan en procesos de deformación tienen sus movimientos relativos

limitados mediante barreras de energía que separan posiciones adyacentes de equilibrio. Cualquier desplazamiento requiere una activación que consiste en adquirir suficiente energía para superar esta barrera de energía. La energía libre de activación puede depender de la fuerza con la cual la unidad que participa en el proceso es mantenida en su posición original, o del trabajo requerido para formar un espacio al cual pueda moverse. La aplicación de la teoría de procesos dependientes del tiempo a los resultados de pruebas de *creep*, constituye un medio de obtener información acerca de la resistencia y número de ligas entre las partículas en suelos bajo diferentes condiciones.

En el artículo citado por Mitchell *et al* (1969) y en otro de Mitchell, Campanella *et al* (1968), cierto número de resultados se dedujeron de la aplicación de la teoría de procesos dependientes del tiempo. Los valores medidos de la energía de activación para el *creep* fueron del orden de 30 a 45 kilocalorías por mole. Cuando estos resultados se toman conjuntamente con observaciones de que la energía de activación es independiente del contenido de agua, presión de consolidación y relación de vacíos, implica que las conexiones entre las partículas son en efecto de sólido a sólido, del tipo de valencia primaria. Las energías de activación deducidas indican que la resistencia a esfuerzo cortante no puede explicarse postulando la presencia de películas viscosas de agua entre las partículas en los puntos de mayor proximidad.

Mitchell y sus colaboradores (1969) también llevaron a cabo pruebas de *creep* en arenas, y reportaron que las energías de activación calculadas son similares a las obtenidas para arcillas. Sin embargo, las energías de activación se lograron mediante un método que no incluía pruebas a diferentes temperaturas, ni se tomaban en cuenta los niveles de vibración

ambiental. A pesar de ello, las deformaciones dependen de la naturaleza de los niveles de vibración ambiental, tanto en el caso de arenas como en el de arcillas; consecuentemente, las pruebas de *creep* del tipo discutido deben aislarse de la vibración ambiental.

Los cálculos de Mitchell (1969) permiten hacer una estimación del número de conexiones o de la relación área de contacto de sólido a sólido por unidad de área de la arena sometida a prueba. Se encontró que el número de conexiones aumenta en forma aparentemente lineal con la presión confinante, como se esperaría conforme a la teoría de falla de Mohr para arenas, que, por ejemplo, a una presión de confinamiento de alrededor de 20 psi se requiere 1.3×10^{-4} cm^2/cm^2 de área de contacto, aproximadamente. Una comparación de este número con la teoría de contacto elástico de Hertz, suponiendo esferas elásticas que poseen las propiedades del sílice arregladas en paquetes cúbicos centrados en las caras, bajo la misma presión, da una relación de área de 2.5×10^{-4}. Ko y Scott (1967a) han demostrado que se requiere una modificación de la teoría de Hertz para explicar la deformación volumétrica de un suelo granular real bajo esfuerzos hidrostáticos, de tal manera que la concordancia para los valores obtenidos parece razonable. Con base en estos resultados, Mitchell *et al* (1969) concluyeron que *la arena parece comportarse en todos aspectos en forma similar a las arcillas, y que los mecanismos generadores del esfuerzo y controladores de creep pueden ser similares en ambos tipos de materiales*. Considerando la disparidad en la naturaleza de las estructuras en las dos clases de material y en respuesta a cargas aplicadas, esta parece ser una afirmación demasiado atrevida.

Mediante un análisis similar, Reséndiz (1965) llegó a conclusiones diferentes acerca del comportamiento microscópico de las arcillas. El concluye que *una capa bien definida de agua como sólido, con un esfuerzo de fluencia bajo, rodea a cada partícula de arcilla.* Además, encuentra que el área efectiva del contenido sólido por unidad de área aumenta el esfuerzo efectivo, y calcula que alcanza un valor de 0.18 para una de las arcillas probadas a 150 psi. Esta relación de área de contacto es alta, por lo que surgen dudas acerca de la aplicabilidad del análisis empleado por comparación con los resultados de Mitchell y colaboradores.

En otro trabajo, Wu, Reséndiz *et al* (1966) aplican la teoría de los procesos dependientes del tiempo para describir las curvas de deformación observadas en pruebas de consolidación. Encontraron que los parámetros de su modelo mantienen valores razonablemente consistentes bajo diversas condiciones de carga.

3.4.1b Métodos para incorporar la información microscópica. Para la formulación de las ecuaciones constitutivas y para la mayor parte de las aplicaciones en ingeniería de suelos, el conocimiento de la estructura y el comportamiento microscópico son útiles solo en la medida en que puedan traducirse en conocimiento del comportamiento esfuerzo-deformación macroscópico. Aparentemente, en la actualidad la situación en este aspecto es poco satisfactoria, ya que se carece de medios eficaces para establecer las implicaciones que la estructura y el comportamiento microscópico tienen en la forma y parámetros que determinan las ecuaciones constitutivas. Los intentos que se han hecho en esta materia se dividen en dos grandes grupos: los modelos granulares y los estadísticos.

Algunos de los primeros estudios se orientaron a establecer correlaciones entre el número de contactos de cada partícula (número de coordinación) con las adyacentes, y la densidad del material (Smith, Foote *et al*, 1929 y Field, 1963). También se han hecho estudios del comportamiento de arreglos regulares de esferas (Duffy y Mindlin, 1957; Thurston y Deresiewicz, 1959; Deresiewicz, 1957), bajo diversas condiciones de carga cuando el comportamiento esfuerzo-deformación de las esferas elásticas es no lineal (Mindlin y Deresiewicz, 1953), pero este procedimiento conduce a cálculos muy complicados, que únicamente son posibles para los programas de carga más sencillos.

Entre los resultados más interesantes se encuentra la teoría de dilatancia-esfuerzo de Rowe (1962, 1963 y 1968); uno de sus postulados es que la relación de energía disipada a energía suministrada en dirección de los ejes principales de esfuerzo efectivo debe ser mínima, en arreglos aleatorios de partículas de tamaños no uniformes. Horne (1965) obtuvo también resultados interesantes a través de un punto de vista diferente. Mogami (1965, 1966a, 1966b y 1968) desarrolló una relación entre el ángulo de fricción interna y la relación de vacíos para materiales no cohesivos.

En cuanto a los trabajos estadísticos, a continuación se mencionarán algunos de los más relevantes. Oldroyd (1957) discutió las propiedades reológicas de materiales de complicación creciente de dos fases. Lin e Ito (1965, 1966) calcularon el comportamiento plástico de agregados policristalinos y encontraron buena concordancia con el criterio de fluencia de Von Mises. Algunas aplicaciones a suelos propiamente dichos, fueron hechas por Axelrad y Yong (1966, 1968), quienes obtuvieron una función de fluencia bajo condi

ciones de prueba especiales en la que introdujeron condiciones termodinámicas. El amplio trabajo sobre enrocamiento desarrollado por Marsal (1973) incluye modelos estadísticos que permiten predecir la ruptura de partículas (Auvinet y Marsal, 1975); por otra parte, Murayama (1964) empleó consideraciones estadísticas para explicar el comportamiento de arenas en cortante.

A pesar de los resultados anteriores, es evidente que se carece de métodos efectivos para incorporar en las ecuaciones constitutivas ya no se diga los rasgos más detallados de la estructura y comportamiento microscópico de los suelos, sino ni siquiera los aspectos más generales. En realidad, hasta ahora esta información solo ha sido utilizada en forma intuitiva a fin de establecer algunas de las características cualitativas que pueden esperarse del comportamiento del material; tal vez una de las contribuciones más importantes, que alcanza un grado de precisión mayor, es la teoría de falla de Mohr-Coulomb. Por todo lo anterior, resulta conveniente una revisión de enfoques en esta materia.

3.4.2 Criterios inducidos. La inducción de rasgos comunes de comportamiento para una misma clase de suelos, a partir del resultado de gran número de pruebas, se ha empleado extensamente en mecánica de suelos, y gran parte del conocimiento que se tiene al respecto se ha obtenido de esta manera. En los últimos años se ha observado una tendencia a usar dicho procedimiento en forma más sistemática, procurando obtener información no solo cualitativa sino también cuantitativa; como ejemplo pueden citarse dos trabajos de especial importancia: el de Roscoe y Burland (1968), en el cual sintetizan el trabajo de la escuela de Cambridge sobre arcillas remoldeadas saturadas, y el de Poulos (1971).

El trabajo de Poulos intenta proporcionar una comprensión sistemática cualitativa de las curvas obtenidas en pruebas de compresión axial, cortante directo, cortante directo simple y cortante rotacional en suelos saturados no cementados. Introduce una serie de definiciones que precisan los conceptos que utiliza: suelo, estructura del suelo, estado de un suelo, estado estacionario de deformación, comportamiento contractivo y dilatacional, y método de carga. El concepto *estado estacionario de deformación* juega un papel central en el trabajo y es equivalente al estado crítico de Casagrande. Por *estado estacionario de deformación* se entiende aquel en el cual un suelo se deforma continuamente bajo un estado constante de esfuerzos efectivos, a velocidad y relación de vacíos también constante, haciendo notar que el suelo en cortante tiende al estado estacionario para deformaciones suficientemente grandes. Establece una serie de características invariantes que muestran las curvas esfuerzo-deformación de diversos tipos de suelos y con base en ellas construye curvas esfuerzo-deformación idealizadas. Obtiene este tipo de curvas para prueba triaxial en suelos con granos duros voluminosos, para el caso en que el estado inicial es muy suelto (altamente contractivo) y cuando el espécimen ha sido consolidado isotrópicamente a un estado por debajo de la curva de los estados estacionarios; algo semejante hace para suelos con proporciones importantes de granos alargados; además, considera pruebas de cortante tanto drenadas como no drenadas. En las figs 2 a 5 se presentan las curvas idealizadas correspondientes a estos casos. Finalmente, compara estas curvas con una serie de pruebas realizadas en diversos materiales, encontrando una coincidencia suficientemente satisfactoria.

Roscoe y Burland (1968) hacen una descripción de la teoría básica de Cambridge para arcillas remoldeadas saturadas, tal como fue desarrollada para condi

ciones correspondientes a pruebas de compresión triaxial y la extienden a incluir condiciones de esfuerzo-deformación tridimensionales de tipo general. Restringen su atención a arcillas saturadas normalmente consolidadas o ligeramente preconsolidadas. Uno de los conceptos básicos que utiliza esta teoría es el de superficie frontera de los estados. Se ha encontrado que las trayectorias en el espacio de los estados (fig 6), correspondientes a pruebas de compresión triaxial en muestras saturadas de arcillas remoldeadas normalmente consolidadas, generan una superficie, a la que Roscoe y Burland llaman superficie frontera de los estados, ya que limita la región de los estados admisibles para la arcilla que se considera. Debe notarse que el hecho de que tanto para pruebas drenadas como para no drenadas las trayectorias correspondientes estén en una misma superficie, es de gran interés teórico. Necesariamente, tanto una familia de curvas como la otra generan una superficie, pero el hecho de que ambas coincidan revela una propiedad fundamental de la arcilla.

De acuerdo con la teoría de Cambridge, esta superficie es al mismo tiempo la de fluencia; es decir, aquella en la que se pueden presentar deformaciones volumétricas y de cizallamiento irrecuperables. La región que consideran está limitada en el espacio de los estados (fig 6) por la línea de consolidación isotrópica y la de los estados críticos. Este concepto lo introdujeron Roscoe, Schofield y Wroth (1958), quienes sugirieron que un elemento de suelo cuando sufre una deformación de cizallamiento uniforme, eventualmente alcanza un estado crítico, en el cual puede continuar deformándose sin ningún cambio ulterior de la relación de vacíos o de los esfuerzos efectivos; además introdujeron el concepto de pared elástica, como la superficie generada por las líneas verticales que pasan por la curva AR (fig 6) de expansión isotrópica. Su intersección AF con la superficie frontera de

los estados se proyecta en el plano p-q para obtener la línea de fluencia A'F'. Es importante hacer notar que la introducción del concepto de pared elástica es por demás arbitraria.

Con dichos conceptos y la condición de normalidad de Drucker, se predicen los incrementos en las deformaciones volumétricas y de cizallamiento. Posteriormente, los autores mencionados extendieron sus resultados a incluir deformaciones plásticas de cizallamiento por debajo de la superficie frontera de los estados. En la fase final de su trabajo generalizan la teoría a estados de esfuerzo-deformación tridimensionales de carácter arbitrario.

4. CONCLUSIONES

El problema general de la formulación de las relaciones esfuerzo-deformación de los suelos, consiste en identificar para cada suelo que se considere la ecuación constitutiva que le corresponde. Para utilizar eficientemente los datos experimentales es necesario contar con un marco teórico adecuado, el cual idealmente debe estar integrado por métodos que permitan pasar de ecuaciones constitutivas de tipo más general a otras más específicas; es decir, de ecuaciones dependientes de un mayor número de parámetros a otras que dependan de uno menor. Este proceso por el cual se va de relaciones esfuerzo-deformación de mayor generalidad a otras más específicas, debe satisfacer la condición de que el material considerado se mantenga como un caso particular del modelo más restringido.

En general, el proceso de particularización se lleva a cabo a través de etapas sucesivas que incorporan más información acerca de las propiedades específicas de los materiales. Puede considerarse que una primera etapa

se cubre al restringir la atención a ecuaciones constitutivas que cumplen con los tres postulados fundamentales que en mecánica de los medios continuos toda relación esfuerzo-deformación debe satisfacer: *a*) determinismo del esfuerzo; b) el principio de acción local, y c) el principio de independencia del sistema de referencia. Otro paso en la obtención de modelos reológicos más específicos se da al prestar atención exclusivamente a materiales simples, cuyos esfuerzos en un punto dependen únicamente de la historia de los gradientes de las deformaciones en ese punto. Cuando el material posee simetrías, es posible restringir aún más los modelos al incorporar estas en las ecuaciones constitutivas.

Recurriendo al conocimiento previo que se tenga del comportamiento del material considerado, se puede lograr un grado de especialización mayor, para lo cual la información se compara con la de los modelos reológicos que se han desarrollado en mecánica de los medios continuos, identificando en forma directa si el material es elástico o viscoelástico, lineal o no lineal, plástico, etc. Sin embargo, el procedimiento es poco sistemático y no se puede avanzar mucho sin correr grave riesgo de llegar a especializaciones inadecuadas; es decir, a modelos reológicos que no contienen como caso particular las ecuaciones constitutivas del material o materiales objeto de estudio, por lo que es necesario utilizar procedimientos de selección más sistemáticos.

Los suelos en general presentan características comunes de comportamiento; además, con base en clasificaciones adecuadas es posible obtener grupos entre los cuales la similitud del comportamiento es mayor. El grado de similitud está condicionado por el intervalo de esfuerzos y deformaciones, temperaturas, etc, así como por el grado de precisión con que se intenta reproducir el comportamiento del material, el cual a su vez está condicionado por

el problema de ingeniería al que se vaya a aplicar. Hay dos formas principales de identificar los rasgos comunes: derivarlos de una causa general que los provoca o inducirlos del resultado de gran número de pruebas en suelos de la misma especie. En realidad, ambas formas no son independientes, ya que es frecuente que una propiedad primero se asocie a una clase de material induciéndola de un número considerable de pruebas y, posteriormente, se identifique la causa que lo provoca; por ejemplo, la no cohesividad, donde alternativamente la estructura del suelo o algún otro conocimiento previo puede permitir identificar alguna causa común para el comportamiento de cierto tipo de suelo, la que posteriormente se verifica mediante ensayes experimentales.

Independientemente de cuál sea la fuente del conocimiento, es necesario contar con procedimientos para incorporarlo en las ecuaciones constitutivas correspondientes y avanzar así en la especialización de los modelos reológicos.

Gran parte de la información de tipo causal se refiere a la estructura y al comportamiento microscópico de los suelos; en la actualidad se carece de métodos eficientes para incorporar en las ecuaciones constitutivas esta información. Por lo que respecta a los procedimientos para introducir en las ecuaciones constitutivas la información inducida de gran número de ensayes, en general son de naturaleza muy específica o se mantienen en un nivel puramente cualitativo. Como dicha situación es poco satisfactoria, parece conveniente una revisión de enfoques en esta materia.

4.1 *Metodología para la incorporación de información sobre el comportamiento en las ecuaciones constitutivas*

Probablemente en el futuro los procedimientos que se desarrollen para incorporar en las ecuaciones constitutivas la información relativa al comportamiento de las diferentes clases de suelos, no distingan la fuente del conocimiento, por lo que sería recomendable adoptar métodos semejantes a los que se utilizan en mecánica de medios continuos para formular ecuaciones constitutivas de tipo general. El procedimiento consiste en derivar las restricciones a partir de postulados claramente establecidos. En el caso de los suelos, para las diferentes clases o grupos de los mismos se establecerían postulados que resumieran la información que se tuviera acerca de su comportamiento, y a partir de ellos en forma rigurosa, se derivarían las relaciones y, consecuentemente, las restricciones a que estarían sujetas sus ecuaciones constitutivas.

Para mayor claridad se pondrá un ejemplo: un tipo de conocimiento acerca del comportamiento de un suelo es la información de que exhibe alguna clase de simetría, posiblemente isotropía. Se vio en el cap 2 que Rivlin (1966) y Noll (Truesdell y Noll, 1965) han desarrollado métodos rigurosos para incorporar esta información en las ecuaciones constitutivas, gracias a lo cual es posible establecer restricciones que las relaciones esfuerzo-deformación correspondientes deben satisfacer, y obtener la ecuación constitutiva más general que posee la simetría de que se trate; por ejemplo, la ec 2.4.9 en el caso de materiales isotrópicos.

En vista de lo anterior, resulta natural preguntarse si no es posible en forma similar establecer las ecuaciones constitutivas de tipo más general para las distintas clases de suelos. Desde luego, en la actualidad la respuesta es negativa; así, por ejemplo, no es factible establecer las ecuaciones constitutivas generales de un suelo no cohesivo. Podrá decirse legítimamente que no existen suelos reales que sean no cohesivos. Sin embargo, tampoco los hay que sean isotrópicos, lo cual no ha sido obstáculo para que la formulación rigurosa del modelo isotrópico haya sido de enorme utilidad.

No deben ignorarse las dificultades que implica el desarrollo de una metodología como la descrita, las que tal vez explican en parte su retraso, pero es evidente que el esfuerzo que se ha hecho en esta dirección ha sido escaso y sobre todo que se ha carecido de una clara conciencia de los propósitos del mismo.

Conviene señalar algunas de las características que debe reunir la metodología que se desarrolle:

i) Que los modelos estén basados en postulados claramente formulados

ii) Explorar, tan ampliamente como sea posible, las relaciones que implican los postulados

iii) Estructurar los modelos en etapas sucesivas, incorporando primero los postulados cuyo análisis sea más sencillo, y progresivamente otros de mayor complejidad

iv) Desarrollar suelos artificiales que cumplan en forma más estricta que los naturales con los postulados, y poner en ellos a prueba los resultados que se obtengan.

Al desarrollar un programa que cumpla con dichos requisitos, los modelos del punto *iii* podrían utilizarse como aproximaciones sucesivas al comportamiento de suelos reales.

4.2 Otras recomendaciones

Además de la recomendación de carácter general formulada en la sección anterior, es pertinente hacer otras más específicas; algunas se derivan de ella y otras son independientes.

4.2.1 Clasificación. En la sec 3.2 se vio que se carece de clasificaciónes de los tipos de comportamiento esfuerzo-deformación exhibidos por los suelos reales, que establezcan una relación clara con las formas de las ecuaciones constitutivas correspondientes y los problemas que origina su formulación. También, que sería deseable, al establecerla, identificar las clases de material en que el comportamiento se presenta, el intervalo de esfuerzos, deformaciones, temperatura y tiempos de carga en que se observa; y finalmente, los problemas de ingeniería donde el comportamiento es relevante.

4.2.2 Teoría de mezclas. Por otra parte, en la sec 3.3 se mencionó que hasta ahora en la descripción del comportamiento de los suelos no se han empleado las teorías de mezclas desarrolladas por quienes trabajan en la fundamentación de la mecánica de los medios continuos. En los casos en que la introducción de los esfuerzos efectivos permite desacoplar el comportamiento de la fase sólida del correspondiente a las otras fases, las ecuaciones constitutivas pueden formularse sin recurrir a una teoría de mezclas. Sin embargo, en aquellos casos donde las condiciones de las fases líquida y gaseosa afectan el comportamiento de la fase sólida (y este es el caso de algunos suelos no saturados), el marco de referencia más apropiado para

la formulación de las ecuaciones constitutivas es una teoría de mezclas adecuada a los suelos. Una teoría de mezclas de tales características, también facilitará el desarrollo de teorías de consolidación no limitadas a la validez de la ley de Darcy. Finalmente, conviene tener presente que en el desarrollo de muchas ramas de la ciencia y de la ingeniería, la carencia de un marco teórico apropiado obliga a quienes trabajan en los aspectos experimentales o de aplicación más directa emplear modelos inadecuados, y que es frecuente que quienes así proceden lo hagan sin tener conciencia de la necesidad de tal adelanto teórico. Cuando se cuenta con un modelo teórico apropiado es posible superar estas dificultades, ya que aunque el experimentalista habitualmente en una primera etapa lo rechaza, a través de un proceso paulatino se percata de su necesidad y finalmente lo incorpora en la medida en que le resulta útil.

En mecánica de suelos se empiezan a abordar problemas en los que el empleo de una teoría de mezclas probablemente ofrezca ventajas; sin embargo, será imposible estimar la magnitud de dichas ventajas mientras no se cuente con una teoría de mezclas adecuada a los suelos. Existe además el riesgo de que tal carencia pudiera convertirse en una barrera que retrasara el progreso en la comprensión del comportamiento esfuerzo-deformación de los suelos en algunas áreas, por lo cual es recomendable llevar a cabo un esfuerzo sistemático para superarla. Es necesario revisar las teorías existentes para dictaminar acerca de su aplicabilidad a los suelos; si fueran aplicables, se procedería a su difusión entre los ingenieros de suelos; en caso contrario, sería indispensable desarrollar otras que sí sean satisfactorias para este propósito.

4.2.3 Desarrollo de modelos consistentes. Se ha visto en la sec 3.3.2 que en general los dos parámetros necesarios para caracterizar un material elástico lineal e isotrópico no son constantes, a causa de los efectos de los niveles de esfuerzo inicial y final, y que además sus valores dependen del tipo de prueba.

En realidad, el empleo de las relaciones lineales para suelos es una forma de representar el comportamiento de un material no lineal, y sería conveniente desarrollar el modelo en forma completa. Más precisamente, supuesto que los parámetros del modelo lineal se toman como dependientes del nivel de esfuerzos, el modelo es no lineal y sería deseable estructurar las ecuaciones constitutivas en forma consistente.

En el propio inciso 3.3.2 se vieron las leyes hiperbólicas y las leyes parabólicas, que constituyen dos casos importantes de leyes empíricas que fueron formuladas para la situación específica de pruebas drenadas, pero que no cumplen los requisitos de invariancia que las ecuaciones constitutivas deben satisfacer. Tales relaciones resumen una experiencia muy considerable, que puede ser incorporada a relaciones esfuerzo-deformación capaces de describir situaciones más generales. Para lograrlo es necesario transformar dichas relaciones a formas invariantes, obteniendo restricciones que las ecuaciones constitutivas correspondientes tienen que satisfacer.

En el inciso 3.3.2, al discutir relaciones esfuerzo-deformación elásticas, y con mayor generalidad leyes de deformación, se vio que la ley de deformación de segundo orden es capaz de incorporar, al menos cualitativamente, los aspectos más importantes del comportamiento de los suelos. Sin embargo, como lo ha señalado Reséndiz (1970), los resultados experimentales indican que el grado de aproximación de esta ecuación es poco satisfactoria, por

lo que sería deseable examinar modelos de orden más alto. Actualmente en el Instituto de Ingeniería, UNAM, se llevan a cabo investigaciones con esta finalidad.

4.2.4 Relaciones incrementales y espacio-fase. Las relaciones lineales por tramos pueden generalizarse pasando en el límite al caso de relaciones incrementales. Se ha visto que la expresión incremental de una ley de deformación no es más que la expresión diferencial de dicha ley, la que en general adopta la forma

$$d\tau_{ij} = G_{ijpq}\, d\varepsilon_{pq} \qquad (4.2.4.1)$$

y G_{ijpq} satisface la condición

$$\frac{\partial G_{ijpq}}{\partial \varepsilon_{k\ell}} = \frac{\partial G_{ijk\ell}}{\partial \varepsilon_{pq}} \qquad (4.2.4.2)$$

para toda i, j, k, ℓ, p, q.

Relaciones de tipo más general pueden obtenerse si a G_{ijpq} no se le pide satisfacer la condición de la ec 4.2.4.2.

Además, conviene notar que G_{ijpq} depende de ε_{pq}, y que en casos más generales puede depender de la historia de las deformaciones.

La situación es similar a lo que sucede en probabilidad con algunos procesos no markovianos, los cuales es frecuente que se reduzcan a procesos markovianos si el espacio fase se define apropiadamente (Herrera, 1963) ampliando

el número de sus dimensiones, por lo que se ocurre hacer algo semejante para eliminar la dependencia en la historia de las deformaciones. Esta idea está relacionada con conceptos utilizados en mecánica de medios continuos y que han conducido a la introducción de las variables internas de estado (Coleman y Gurtin, 1967; Rice, 1971).

4.2.5 Adaptación de modelos reológicos. Se ha visto que es necesario llevar a cabo la adaptación de modelos reológicos a las condiciones específicas de los suelos. Tal vez el caso en que la necesidad de tal adaptación es más urgente, es el de la teoría de la plasticidad. En ella, las relaciones esfuerzo-deformación hasta ahora desarrolladas son adecuadas para muchos metales, pero inapropiadas para suelos. En particular, los suelos violan dos postulados básicos:

a) La influencia de las presiones hidrostáticas no es apreciable, excepto si son muy altas

b) La deformación ocurre a volumen prácticamente constante.

4.2.6 Revisión del concepto de preconsolidación y de la teoría para arcillas remoldeadas saturadas. La teoría de Cambridge, relativa a las relaciones esfuerzo-deformación de arcillas remoldeadas (Roscoe y Burland, 1968), constituye una aportación importante para la comprensión del comportamiento de arcillas; además, contribuye a crear una metodología para incorporar la información causal o inducida acerca de los suelos en las ecuaciones constitutivas. Sin embargo, desde este último punto de vista adolece de limitaciones considerables.

Hasta cierto punto, esta teoría puede catalogarse como basada en postulados bien definidos. Al mismo tiempo, las arcillas remoldeadas a las cuales se aplica, constituyen suelos artificiales de tipo más simple que los naturales y cuyo comportamiento se acerca más a satisfacer hipótesis sencillas. Pero al formular los postulados del modelo no se ha ido suficientemente lejos para establecerlos con claridad, ni en la fase experimental se ha puesto suficiente énfasis en la comprobación de las hipótesis fundamentales. Más bien, se puede decir que los postulados más básicos son oscuros y que se ha prestado demasiada atención a los detalles algebraicos, en un afán de obtener buena coincidencia entre las predicciones y las observaciones experimentales; afán que puede estar justificado en la necesidad de hacer aplicaciones inmediatas, pero que resulta negativo para el desarrollo de una metodología aplicable en condiciones más generales, ya que impide establecer propiedades básicas importantes.

Un hecho de gran trascendencia es que en el espacio p, q, e (donde p es la presión efectiva, q el esfuerzo desviador y e la relación de vacíos), las trayectorias de los estados para pruebas drenadas y no drenadas, de compresión triaxial, definen una superficie única, la que se llama superficie frontera de los estados (fig 6). Este resultado aporta información de carácter fundamental acerca del comportamiento de las arcillas remoldeadas. Efectivamente, en general las trayectorias correspondientes a pruebas drenadas definen una superficie y las que se obtienen en pruebas no drenadas definen otra superficie; el hecho de que ambas superficies coincidan refleja una peculiaridad del comportamiento de esta clase de arcillas, al que aparentemente no se le ha prestado suficiente atención ni ha sido interpretado adecuadamente.

Habitualmente se dice que un suelo está preconsolidado si en el pasado ha soportado una presión efectiva mayor que la presente. Sea p el valor presente de la presión efectiva y p_M el máximo que ha alcanzado, entonces está preconsolidado si $p_M > p$. Sin embargo, como se verá, dicha hipótesis se halla en contradicción con la existencia de la superficie frontera de los estados.

En el espacio de los estados (fig 6), considérese la superficie generada por las trayectorias que se obtienen en pruebas triaxiales drenadas, en que se incrementa el esfuerzo vertical. En este caso $p = p_M$ en todo el recorrido, por lo que no se presenta preconsolidación; la superficie así generada puede tomarse como la definición de la superficie frontera de los estados. Ahora bien, en esta superficie, el valor de la presión efectiva se halla unívocamente determinado por e y q, por lo que es factible escribir $p_E(e,q)$ para esta función. En general, la presión observada en una muestra depende no solo de e y q, sino también del grado de preconsolidación determinado por p_M, por lo que se puede escribir $p(p_M,e,q)$.

Si se define

$$p_p(p_M,e,q) = p_E(e,q) - p(p_M,e,q) \qquad (4.2.6.1)$$

entonces

$$p_p(p_M,e,q) \geq 0 \qquad (4.2.6.2)$$

ya que los estados admisibles se hallan por debajo de la superficie frontera (fig 6).

Alternativamente, la ec 4.2.6.1 puede escribirse

$$p_E(e,q) = p(p_M,e,q) + p_p(p_M,e,q) \qquad (4.2.6.3)$$

La presión p_E se interpreta como una presión elástica, porque solo depende de e y q; en tal caso, la ec 4.2.6.3 a su vez indica que la presión elástica (total) es independiente del grado de preconsolidación, pero se descompone en una presión observada p y una presión de preconsolidación p_p debida a fuerzas internas que se generan por el grado de preconsolidación.

Para un suelo normalmente consolidado, $p_M = p$ y p_p es nula; es decir, $p_p(p,q,e) = 0$. Por otra parte, si el suelo no es capaz de exhibir efectos de la preconsolidación

$$p(p_M,q,e) \equiv p_E(q,e) \qquad (4.2.6.4)$$

en este caso, la relación entre la presión efectiva, el esfuerzo desviador y la relación de vacíos es elástica. Desde luego, en general las deformaciones de cizallamiento pueden no ser elásticas, aun cuando la presión efectiva satisfaga la ec 4.2.6.4. El fenómeno de preconsolidación está caracterizado por $p_p > 0$.

Considérese ahora una prueba de compresión triaxial no drenada (fig 6) y, por consecuencia, a volumen constante.

A medida que el esfuerzo cortante aumenta, la relación de vacíos tiende a disminuir; pero como esto no es posible, la presión de poro aumenta, lo que da lugar a que la presión efectiva disminuya. En tal trayectoria $p < p_M$, por lo que se produce preconsolidación inducida. En estas condiciones $p_p > 0$, y consecuentemente la trayectoria no se halla sobre la superficie

generada por estados correspondientes a pruebas drenadas, lo cual contradice el hecho experimental, base de la definición de la superficie frontera de los estados, que indica que la superficie que generan las trayectorias recorridas en pruebas de compresión triaxial drenadas, coincide con la que se obtiene en pruebas drenadas.

La paradoja anterior puede superarse si se abandona la hipótesis de que la preconsolidación está determinada por la presión máxima. Una hipótesis alternativa plausible físicamente, es que la preconsolidación se determina por la relación de vacíos mínima, e_m, que el material ha alcanzado.

Efectivamente, debido a la naturaleza de las fuerzas de sobreconsolidación, no es claro si están determinadas por las fuerzas máximas de contacto que han soportado las partículas del suelo, o si dependen más bien de las distancias mínimas a que han estado las partículas unas con respecto a otras. En el primer caso sería la presión máxima, p_M, la determinante y en el segundo, la relación de vacíos mínima, e_M.

Ahora se verá que la segunda posibilidad supera la paradoja planteada anteriormente. En efecto, la ec 4.2.6.3 toma la forma

$$p_E(q,e) = p(e_m,q,e) + p_p(e_m,q,e) \qquad (4.2.6.5)$$

En una prueba de compresión triaxial drenada, la presión de poro se mantiene constante, en tanto que la presión efectiva aumenta y la relación de vacíos disminuye, por lo que $e = e_m$, y consecuentemente $p_p = 0$ en tal proyectoria; es decir, la trayectoria en este caso se encuentra en la superficie frontera de los estados (fig 6). Además, en una prueba no drenada la relación de vacíos se mantiene constante, por lo que $e = e_m$. Es decir, $p_p = 0$

y en vista de la ec 4.2.6.3, la trayectoria también se encuentra en la superficie frontera de los estados.

De la argumentación anterior puede concluirse que la preconsolidación no está determinada por la presión máxima, sino por la relación de vacíos mínima. Una consecuencia inmediata es que las trayectorias contenidas en la superficie frontera de los estados (fig 6), se separan de ella siempre que la relación de vacíos crece. Esta observación tiene a su vez posibilidades prometedoras, ya que parece indicar caminos para la predicción de las deformaciones no elásticas.

El estudio de otras implicaciones de esta definición de preconsolidación, tiene interés y deben ser examinadas con mayor amplitud.

También la teoría de las arcillas remoldeadas saturadas de la escuela de Cambridge amerita ser revisada, utilizando una metodología que agote las posibilidades de la argumentación aquí presentada.

5. RECONOCIMIENTO

Se agradece a Daniel Reséndiz haber sido él quien propuso la realización de este trabajo; a Gabriel Auvinet sus valiosas observaciones y citas bibliográficas; a Eulalio Juárez Badillo sus interesantes discusiones; a Jesús Alberro sus críticas frecuentemente penetrantes, y a José Luis León la información bibliográfica que suministró.

6. REFERENCIAS

Aas, G, "Vane tests for investigation of anisotropy of undrained shear strength of clays", *Procs., Geotechnical Conference*, 1 (1967), 3-8

Anagnosti, P, "Stresses, deformations and pore pressure in triaxial tests obtained by a suitable rheological model", *Procs., European Conference on SMFE* (1963), 1-6

Auvinet, G, "Generation of granular media by computer", *V Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones*, Buenos Aires (1975)

Auvinet, G y Marsal, R J, "Statistical model of grain breakage", *V Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos e Ingeniería de Cimentaciones*, Buenos Aires (1975)

Axelrad, D R y Yong, R N, "On a isothermal flow function for a heterogeneous medium, Model Development in the Mechanics of Continua", *Academic Press, Inc*, Nueva York (1966)

Axelrad, D R y Yong, R N, "Micro-rheology of the yielding of a heterogeneous medium", *V International Conference on Rheology*, Kyoto (oct 7-11, 1968)

Barden, L, "Recent developments in consolidation theory and technique", *Civil Engineering and Public Works Review* (ene 1968), 52-54

Barden, L y Khayatt, A J, "Incremental strain rate ratios and strength of sand in the triaxial test", *Geotechnique*, 16 (1966), 338

Barden, L, Khayatt, A J, *et al*, "General deformation behaviour of a range of particulate material under a variety of test conditions", *University of Manchester* (1969)

Biarez, J, "Contribution a 1'etude des proprietés mécanique des sols et des matériaux pulvérulents", Tesis doctoral, *Universitê de Grenoble* (1961)

Biot, M A, "General theory of three-dimensional consolidation", *Journal of Applied Physics*, 12 (feb 1941), 155-164

Biot, M A, "Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid", *Journal of Applied Physics*, 26 (1955), 182-185

Biot, M A, "Theory of deformation of a porous viscoelastic anistropic solid", *Journal of Applied Physics*, 27 (1956), 459-467

Biot, M A, "Theory of stability and consolidation of a porous medium under initial stress", *Journal of Mathematical Mechanics*, 12 (1963), 521-542

Bishop, A W, "The strength of soils as engineering materials", VI Rankine Lecture, *Geotechnique*, 16 (1966), 91-128

Bjerrum, L y Kenney, T C, "Effect of structure on the shear behavior of normally consolidated quick clays", NGI Unpub Rep (1968)

Blight, G E, "Effective stress evaluation for unsaturated soils", *Journal Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 93, SM2 (mar 1967)

Busching, H W, "Mechanical behavior of transversely anisotropic materials", *Procs., Canadian Congress of Applied Mechanics*, 1, Universidad de Laval, Quebec (1967)

Calabresi, G, "Studio sperimentale delle caratteristich meccaniche di una argilla satura normalmente consolidata", *Estratto da Geotecnica Organo Dell'Associazione Geotecnica Italna*, 5 (1965)

Calabresi, G, "Deformazioni plastiche di una terra argillosa", *Revista Italiana di Geotechnica* (dic 1968)

Campanella, R G y Mitchell, J K, "Influence of temperature variations on soil behavior", *Journal Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, 94, SM3 (may 1968)

Chen, W F, "On solving plasticity problems of relevance to soil mechanics", *Brown University*, Division of Engineering (mar 1968)

Christie, I F, "A re-appraisal of merchant's contribution to the theory of consolidation", *Geotechnique*, Londres (1964)

Coates, D F, Burn, K N, *et al*, "Strain-time-strength relationships in a marine clay", Trans, *Engineering Institute of Canada*, 6, A-11 (oct 1963)

Coleman, B D, "Suction and the yield and failure surface for soil in principal stress space", Correspondence, *Geotechnique*, 10 (1960), 181-183

Coleman, B D y Gurtin, M E, "Thermodynamics with internal state variables", *Journal Chemistry and Physics*, 47 (1967), 597

Crawford, C B, "Resistance of soil structure to consolidation", *Canadian Geotechnical Journal*, 2, 2 (may 1965), 90-115

Crawford, C B, "Quick clays of eastern Canada", *National Research Council of Canada, Engineering Geology*, 2, 4, NRC(10387), (1968), 239-265

Davis, E H, "Theories of plasticity and the failure of soil masses", Soil Mechanics Selected Topics, *American Elsevier Co*, Nueva York (1968), 341-380

De Beer, E, "Influence of the mean normal stresses on the shearing strength of sand, VI ICSMFE, 2 (1965), 165-169

De Josselin de Jong, G, "Lower bound collapse theorem and lack of normality of strainrate to yield surface for soils", *IUTAM Symposium on Rheology and Soil Mechanics*, Grenoble (1964)

Deresiewicz, H, "Stress-strain relations for a simple model of a granular medium", *Journal Applied Mechanics*, Informe 57-A-90 (1957)

Drescher, A, "Nonlinear creep of cohesive soil", *Archiw Mech Stos*, 5, 19 (1967), 745-763

Drucker, D C, "A more fundamental approach to stress-strain relations", *Procs., IUS National Congress on Applied Mechanics*, Chicago (1951), 487-491

Drucker, D C, "Limit analysis of two-and three-dimensional soil mechanics problems", *Journal Mechanics and Physics of Solids*, 1 (1953), 217

Drucker, D C., "Basic concepts-plasticity section", Handbook of Engineering Mechanics (Ed by W Flugge), *McGraw-Hill Book Co Inc*, Nueva York (1962)

Drucker, D C y Prager, W, "Soil mechanics and plastic analysis or limit design", *IV Applied Mathematics*, 10 (1952), 157-165

Drucker, D C, Gibson, R E, *et al*, "Soil mechanics and work-hardening theories of plasticity", *Trans ASCE*, 122, 338 (1957)

Duffy, J y Mindlin, R D, "Stress-strain relations and vibrations of a granular medium", *Journal Applied Mechanics Trans ASME*, 24 (1957), 585

Duncan, J M y Seed, H B, "Anisotropy and stress reorientation in clay", *Journal of SM&F Division, ASCE*, 92, SM5 (sep 1966b)

Duncan, J M y Seed, H B, "Strength variation along failure surfaces in clay", *Journal of SM&F Division, ASCE*, 92, SM6 (nov 1966b)

Eringen, A C, "Mechanics of Continua", *John Wiley & Sons, Inc* (1967)

Faccioli E y Daniel Reséndiz, "Soil dynamics (behavior including liquefaction)" de Seismic risk and engineering decisions, editado por Cinna Lomnitz y Emilio Rosenblueth, *Elsevier Scientific Publishing Co*, Amsterdam, The Netherlands (1975)

Field, W G, "Towards the statistical definition of a granular mass", *IV Aust-NZ Conference*, SMFE (1963), 143-148

Florin, V A, "Fundamentals of soil mechanics", Leningrado (1959)

Frydman, S, "The effect of stress history on the stress-deformation behaviour of sand", Ph D Tesis (1968)

Geniev, G A, "Generalization of the condition of limit equilibrium of a cohesionless mass", *Osnov Fund i Mekh Grunt*, 2 (Eng Trans) (mar-abr 1968) 1-2

Geuze, ECWA, "Rheological and mechanical models of saturated clay particle system", *IUTAM Symposium on Rheology and Soil Mechanics*, Grenoble (1964), 90-98

Gibson, R E, Schiffman, R L, y Pu, S L, "Plane strain and axially symmetric consolidation of a clay layer of limited thickness -I- Settlement of a layer with a smooth impermeable base", *Soil Mechanics Laboratory*, Universidad de Illinois (1968)

Green, A E y Rivlin, R S, "The mechanics of non-linear materials with memory", *Archiv Rat Mechanics Anal*, 1 (1957), 1-21

Green, A E y Adkins, J E, "A contribution to the theory of non-linear diffusion", *Arch Rat Mechanics Anal*, 15 (1964), 235-246

Green, A E y Naghdi, P M, "A dynamical theory of interacting continua", *Int J Engineering Sci*, 3 (1965), 231-241

Green, A E y Naghdi, P M, "A theory of mixtures", *Arch Rat Mechanics Anal*, 24 (1967), 243-263

Hanrahan, E T y Walsh, J A, "Investigation of the behaviour of peat under varying conditions of stress and strain, Proc", *VI Int Conference SM&FE*, Montreal, 1 (1965), 226-230

Hansen, J B, "Simplified stress determination in soils, Stress-strain relationships for sand, Improved settlement calculation for sand", Bull 20, *Dan Geotechnical Institute*, Copenhagen (1966)

Hardin, B O, "Vibration modulus of normally consolidated clay", *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, 94, SM2 (mar 1968)

Hardin, B O y Scott, G D, "Generalized Kelvin-Voigth used in soil dynamics study", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, 92, EM1 (feb 1966)

Helenelund, K V, "Vane tests and tension tests on fibrous peat, reprint form Proc.", *Geotechnical Conference*, 1, Oslo (1967)

Herrera, I, "Procesos estocásticos de sistemas mecánicos", *Boletín Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica*, 1 (2) (1963)

Hill, R, "The mathematical theory of plasticity", *Oxford University Press* (1960)

Holtz, W G y Gibbs, H J, "Research related to soil problems of the arid western United States", a paper for the *III Panamerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Caracas (jul 1967)

Horne, M R, "The behaviour of an assembly of rotund, rigid, cohesionless particles", *I, II, Proc of the Royal Soc*, A, 286 (1965), 79-97

Houston, W N y Mitchell, J K, "Property interrelationships in sensitive clays", *Unpublished Rep*, U. C. Berkeley (1969)

Jaime, A, "Aparato de corte simple cíclico bidireccional, *V Panamerican Congress of Soil Mechanics and Foundations Engineering*, Buenos Aires (1975)

Jaunzemis, W, "Continuum Mechanics", *The Macmillan Co*, Nueva York (1967)

Juárez Badillo, E y Rico Rodríguez, A, "Mecánica de suelos" (1969)

Juárez Badillo, E y Rico Rodríguez, A, "Comportamiento de los suelos en la prueba triaxial", Capítulo XIII de la obra Mecánica de Suelos, *Editorial Limusa* (1974)

Karlsson, R y Pusch, R, "Shear strength parameters and microstructural characteristics of a quick clay of extremely high water content", *Procs, Geotechnical Conference*, 1, Oslo (1967), 35-42

Ko, H Y y Scott, R F, "A new soil testing apparatus", *Geotechnique*, 17 (mar 1967a), 40-57

Ko, H Y y Scott, R F, "Deformation of sand in hydrostatic compression", *Journal SMFD, ASCE*, 137 (may 1967b)

Ko, H Y y Scott, R F, "Deformation of sand in shear", *Journal SMFD, ASCE*, 283 (sep 1967c)

Kondner, R L, "Hyperbolic stress-strain response: Cohesive soils", ASCE *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 89, SM1 (1963), 115-143

Kondner, R L y Zelasko, J S, "A hyperbolic stress-strain formulation for sands", *Procs., II Panamerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 1, Brasil (1963), 289-324

Kondner, R L y Horner, J M, "Triaxial compression of a cohesive soil with effective octahedral normal stress control", *Canadian Geotechnical Journal*, 2, 1 (feb 1965), 40-52

Lee, K L y Farhoomand, I, "Compressibility and crushing of granular soil in anisotropic triaxial compression", *Canadian Geotechnical Journal*, 4, 1 (feb 1967)

Lee, K L y Seed, H B, "Effect of moisture on the strength of a clean sand", *Journal Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, 93, SM6 (nov 1967a)

Lee, K L y Seed, H B, "Drained strength characteristics of sands", *Journal of SM&F Division*, ASCE, 93, SM6 (nov 1967b)

Lin, T H y Ito, M, "Theoretical plastic distortion of a polycrystalline aggregate under combined and reversed stresses", *Journal Mechanics Physics Solids*, 13 (1965), 103-115

Lin, T H y Ito, M, "Theoretical plastic stress-strain relationship of a polycrystal and the comparisons with the Von Mises and the Tresca plasticity theories", pres *V US Nat'l Congress of Applied Mechanics* (jun 1966)

Lomize, G M y Kryzhanovsky, A L, "On the strength of sand", *Procs., Geotechnical Conference*, Oslo (jun 1967), 215-219

Lumb, P, "The variability of natural soils", *Canadian Geotechnical Journal*, 3, 2 (1966)

MacFarlane, I C, "The engineering characteristics of peat", *Procs., X Muskeg Research Conference*, National Research Council, App B (may 1964), 41-47

Malvern, L E, "Introduction to the mechanics of a continuous medium", *Prentice-Hall, Inc* (1969)

Marsal, R J, "Contact forces in soil and rockfill materials", *Procs., II Panamerican Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Brasil (1963)

Marsal, R J, "Stochastic processes in the grain skeleton of soils", *Procs., VI International Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Montreal (1965)

Marsal, R J, "Large scale testing on rockfill materials", *ASCE Journal Soil Mechanics Foundations Division* (mar 1967)

Marsal, R J, "Suelos granulares : modelo estadístico, teoría de falla y relaciones esfuerzo-deformación", *Instituto de Ingeniería, UNAM* (1971)

Marsal, R J, "Mechanical properties of rockfill", Embankment-Dam Engineering -Casagrande Volume- *John Wiley & Sons*, Nueva York (1973)

Marsal, R J, *et al*, "Investigación sobre el comportamiento de suelos granulares y muestras de enrocamiento", *Comisión Federal de Electricidad*, México (1965)

Marsal, R J y Ramírez de Arellano, L, "Performance of El Infiernillo dam, 1963-1966", *ASCE Journal Soil Mechanics Foundation Division* (1967)

Marsal, R J, Ramírez de Arellano, L y Núñez G A, "Plane strain testing of rockfill materials", *Procs., III Panamerican Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Caracas (1967)

MacNamee, J y Gibson, R E, "Plane strain and axially symmetric problems of the consolidation of a semi-infinite clay stratum", *Quarterly Journal Applied Mathematics*, 13, 210 (1960)

Mindlin, R D y Deresiewicz, H, "Elastic spheres in contact under varying oblique forces", *Journal Applied Mechanics*, 20 (1953), 237-344

Mitchell, J K, "Temperature effects on the engineering properties and behavior of soils", Paper pres *HRB Am Mtg* (ene 1969)

Mitchell, J K y Arulanandran, K, "Electrical dispersion in relation to soil structure", *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, 94, SM2 (mar 1968)

Mitchell, J K, Campanella, R G, *et al*, "Soil creep as a rate process", *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, 94, SM1 (ene 1968)

Mitchell, J K y Houston, W N, "The causes of clay sensitivity" (1969)

Mitchell, Singh, Campanella, "Bonding effective stresses and strength of soil", Unpub. rep. U. C., Berkeley (1969)

Mogami, T, "A statistical theory of mechanics of granular materials", *Journal Fac. Engineering, University of Tokyo (B)*, 28 (1965), 65-79

Mogami, T, "Angle of internal friction of the granular material and a simple transient phenomenon", *Journal Japan Society Civil Engineering*, 128 (1966a), 53-62

Mogami, T, "On the deformation of granular material", *Journal Japan Society Civil Engineering*, 129 (1966b), 39-44

Mogami, T y Yoshikoshi, H, "On the angle of internal friction of coarse materials", Akademiai Kiado, Budapest, Publ House, *Hungarian Acad of Sci from Acta Tech Academ Scientiarum*, Hungaricae Tomus 63 (1-4) (1968), 193-199

Murayama, S, "A theoretical consideration on a behavior of sand", *IUTAM, Symposium on Rheology and Soil Mechanics* (1964), 146-159

Murayama, S, "Effect of temperature on the elasticity of clays", Symposium on Effects of Temperature and Heat on Engr Behavior of Soils, *XLVIII Annual Meeting of Highway Research Board*, Washington, D C (ene 1969)

Murayama, S y Shibata, T, "Flow and stress relaxation of clays", *IUTAM Symposium on Rheology and Soil Mechanics* (1964), 99-129

Noll, W, "A mathematical theory of the mechanical behavior of continuous media", *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 2 (1958)

Oldroyd, J G, "Complicated rheological properties", Presidential Address, Rheology of Disperse Systems, Swansea, Wales, sept, *Ed CC Mill* (1957), 1-5

Olsen, H, "Liquid movement through kaolinite under hydraulic, electrical, and osmotic gradients" (1969)

Parkin, A K, "The application of discrete unit models to studies of the shear strength of granular materials", Ph D Tesis, *Universidad de Melbourne*, Australia (ene 1965)

Peacock, W H y Seed, H B, "Sand liquefaction under cyclic loading simple shear conditions", *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE*, 94, SM3 (may 1968)

Penner, E, "A study of sensitivity in leda clay", *Canadian Journal of Earth Sciences*, 2, 5 (oct 1965), 425

Poorooshasb, H B y Holubec I, *et al*, "Yielding and flow of sand in triaxial compression", *Canadian Geotechnical Journal*, 3, 4 (nov 1966), 179-190

Poulus, S J, "The stress-strain curves of soils" (ene 1971)

Prager, W, "Introduction to plasticity", *Addison-Wesley*, Reading, Mass (1959)

Raymond, G P, "Laboratory consolidation of some normally consolidated soils", *Canadian Geotechnical Journal*, 3, 4 (nov 1966), 217-234

Reséndiz, D, "On the strength of clayey soils", *Facultad de Ingeniería, UNAM*, México, D F, 1, partes 1 y 2 (jul 1965)

Reséndiz, D, "Las relaciones esfuerzo-deformación de los suelos: Una revisión de enfoques", *Instituto de Ingeniería, UNAM*, 247 (1970)

Rice, J, R, "Inelastic constitutive relations for solids", *Journal Mechanics Physics Solids*, 19 (1971), 433-455

Rivlin, R S, "The fundamental equations of nonlinear continuum mechanics", in Dynamics of Fluids and Plasmas (Burgers Anniversary Volume), Ed S-I Pai, *Academic Press*, Nueva York (1966)

Rivlin, R S y Ericksen, J L, "Stress-deformation relations for isotropic materials", *Journal Rational Mechanics Analysis*, 4 (1955), 323-425

Rogatkina, Z E, "Effect of anisotropy of clay soils on their physico-mechanical properties", *Soil Mechanics and Foundation Engineering* (English Trans), 1 (1967), 23-26

Roscoe, K H, "Discussion", *Geotechnical Conference*, 2, Oslo (1967)

Roscoe, K H, Schofield, A N y Wroth, C P, "On the yielding of soils", *Geotechnique*, 8 (1958), 22-53

Roscoe, K H y Burland J B, "On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clay", from Engineering, Plasticity, Cambridge University Press, *Editors Heyman and Leckie* (1968)

Rowe, P W, "The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact", *Procs., of the Royal Society*, A 269 (1962),500-527

Rowe, P W, "Stress-dilatancy, earth pressures and slopes", *Procs., American Society*, C. E. 89 (1963), 37-61, Disc by Gibson & Morgenstern, 127 (nov 1963), Trollope & Parkin, 129 (1963), Roscoe & Schofield, 136 (ene 1964), Scott, 133 (ene 1964)

Rowe, P W, "The relation between the shear strength of sands in triaxial compression", *Plane Strain and Direct Shear*, Unpub rep (1968)

Schiffman, R L, "The use of visco-elastic stress-strain laws in soil testing", *ASTM STP*, 254 (1959), 131-155

Schiffman, R L y Gibson, R E, "Consolidation of nonhomogeneous clay layers", *Journal SMF Division* ASCE, 90, SM5, 1 (1964)

Schiffman, R L, Ladd, C C, *et al*, "The secondary consolidation of clay", *IUTAM Symposium of Rheology and Soil Mechanics*, Grenoble (1964), 273-304

Schiffman, R L y Habetler, G J, "The secondary consolidation of clay layers-Numerical analysis", *Soil Mechanics Laboratory*, Dept of Materials Engrg, Universidad de Illinois (1967)

Schultze, E y Krause, J, "Pore water pressure and creep in one dimensional compression of silt", *IUTAM Symposium on Rheology and Soil Mechanics*, Grenoble (1964), 316-332

Scott, R F, "Principles of soil mechanics", *Addison- Wesley*, Reading,Mass (1963)

Scott, R y Ko, H Y, "Stress-deformation and strength characteristics", State of the Art Volume, *VII International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, México (1969)

Seed, H B y Chan, C K, "Clay strength under earthquake loading conditions", *Journal of the SM&F Division*, ASCE, 92, SM2 (mar 1966)

Seed, H B y Lee, K L, "Undrained strength characteristics of cohesionless soils", *Journal of SM&F Division*, ASCE, 93, SM6 (nov 1967)

Sherif, M y Burrous, C M, "Temperature effects on the unconfined shear strenght of saturated cohesive soil", Symposium on Effects of Temp and Heat on the Engg Behavior of Soils, *XLVIII Annual Meeting of Highway Research Board*, Washington, DC (ene 1969)

Shibata, T y Karube, D, "Influence of the variation of the intermediate principal stress on the mechanical properties of normally consolidated clays", *VI ICSMFE*, 2 (1965), 359-363

Shield, R T, "On Coulomb's law of failure in soils", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, UK, 4 (1955), 10-16

Singh, A y Mitchell, J K, "General stress-strain time function for soils", *Journal of the SM&F Division, ASCE*, 94, SM1 (ene 1968)

Smith, W O, Foote, *et al*, "Packing of homogeneous spheres", *Physics Review*, 34, 1271 (1929)

Suklje, L, "A three-dimensional consolidation analysis applied to non-linear viscous and anisotropic deformability of soils", *Acta Geotechnica* (1967), 15-18

Suklje, L y Sovinc, I, "An applied analysis of distortional displacement of normally consolidated clays", *Acta Geotechnica* (1964), 10-11

Tan, T K, "Determination of the rheological parameters and the hardening coefficients of clays", *IUTAM Symposium on Rheology and Soil Mechanics*, Grenoble (1964), 258-272

Thurston, C W y Deresiewics, H, "Analysis of a compression test of a face-centered cubic array of elastic spheres", *Journal Applied Mechanics Transactions ASME*, 26, 251 (1959)

Truesdell, C, "On the foundations of mechanics and energetics in The Rational Mechanics of Materials", *Gordon and Breach*, Nueva York (1965), 293-304

Truesdell, C y Toupin, R A, "The classical field theories", in Encyclopedia of Physics, *Ed S, Flügge*, Berlín: Springer-Verlag, 3/1 (1960), 226-793

Truesdell, C y Noll, W, "The non-linear field theories of mechanics", in Encyclopedia of Physics, *Ed S Flügge*, Berlín: Springer-Verlag, 3/3 (1965)

Tsytovich, N A, "Ed Predicting the rate of structure foundations settlement", *Stroiizdat* (1967)

Tsytovich, N A y Ter-Martirosyan, Z G, "On the techniques of determining the parameters of partially saturated clayey soils creep from undrained test results", *Soils Mechanics and Foundations E*, 3 (1966)

Vesic, A S y Clough, G W, "Behavior of granular materials under high stresses", *Journal SM&F Division*, ASCE, 94, SM3 (may 1968)

Weidler, J B y Paslay, P R, "An non-associated flow rule for sand", ASCE *Annual Meeting*, Preprint 730 (sep 1968)

Wu, T H, Reséndiz, D, *et al*, "Analysis of consolidation by rate process theory", *Journal SM&F Division*, ASCE, 92, SM6 (nov 1966)

Yamada, B, "On the one-dimensional consolidation by three-dimensional dehydration with secondary compression taken into consideration", *Transactions, Japan Society of Civil Engineering*, 142 (jun 1967)

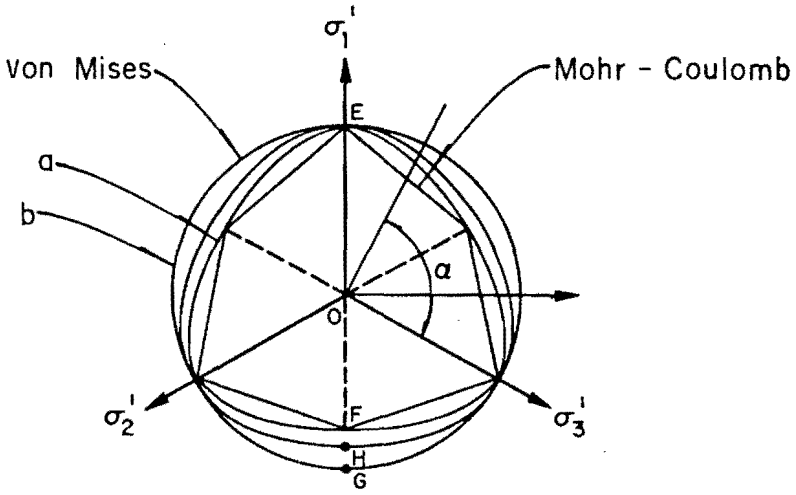


Fig 1. Superficies posibles de falla, superpuestas en un plano hidrostático arbitrario, en el espacio de los esfuerzos principales

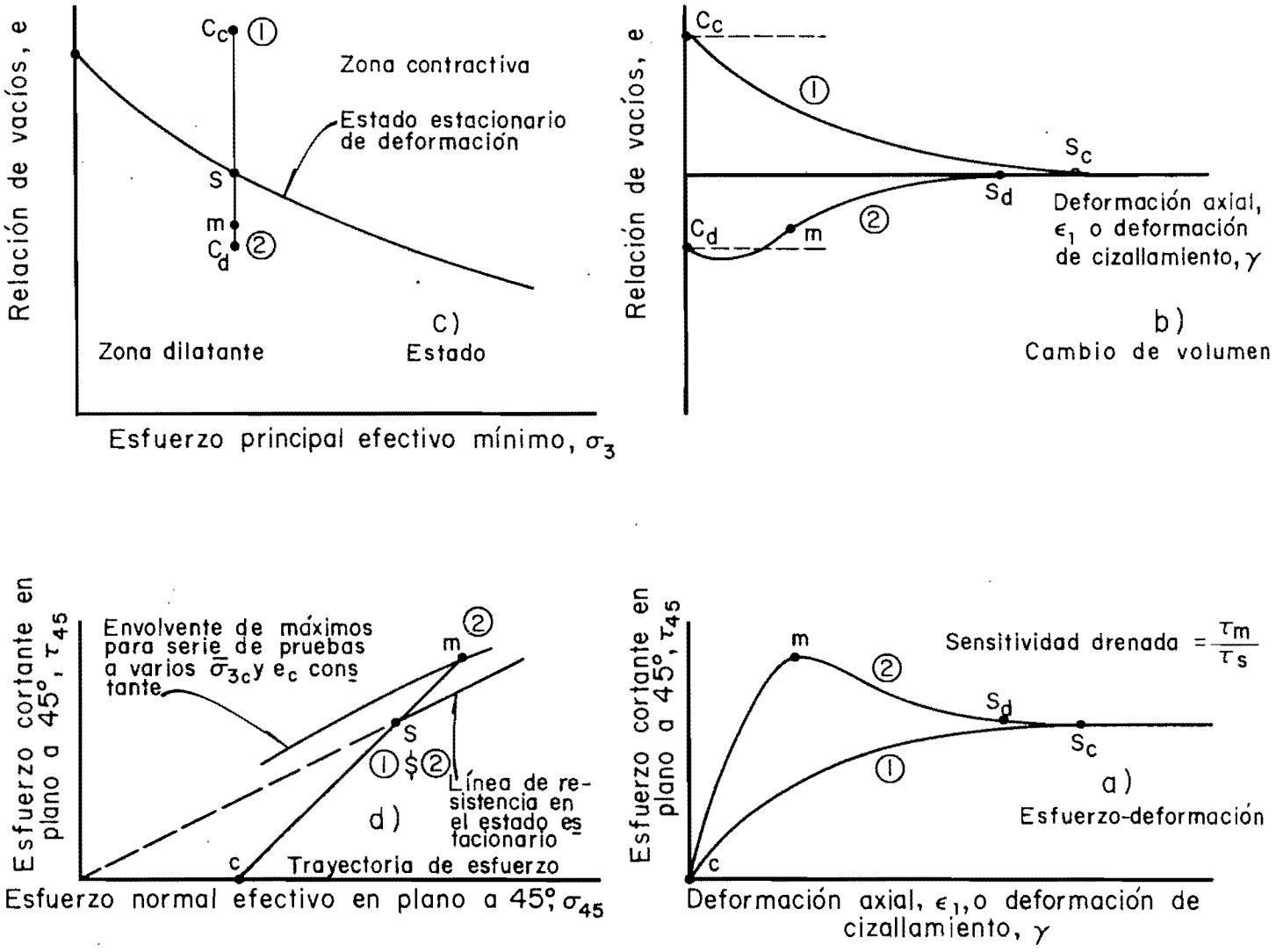


Fig 2. Pruebas de compresión triaxial consolidada-drenadas, idealizadas para suelos no cementados con granos voluminosos

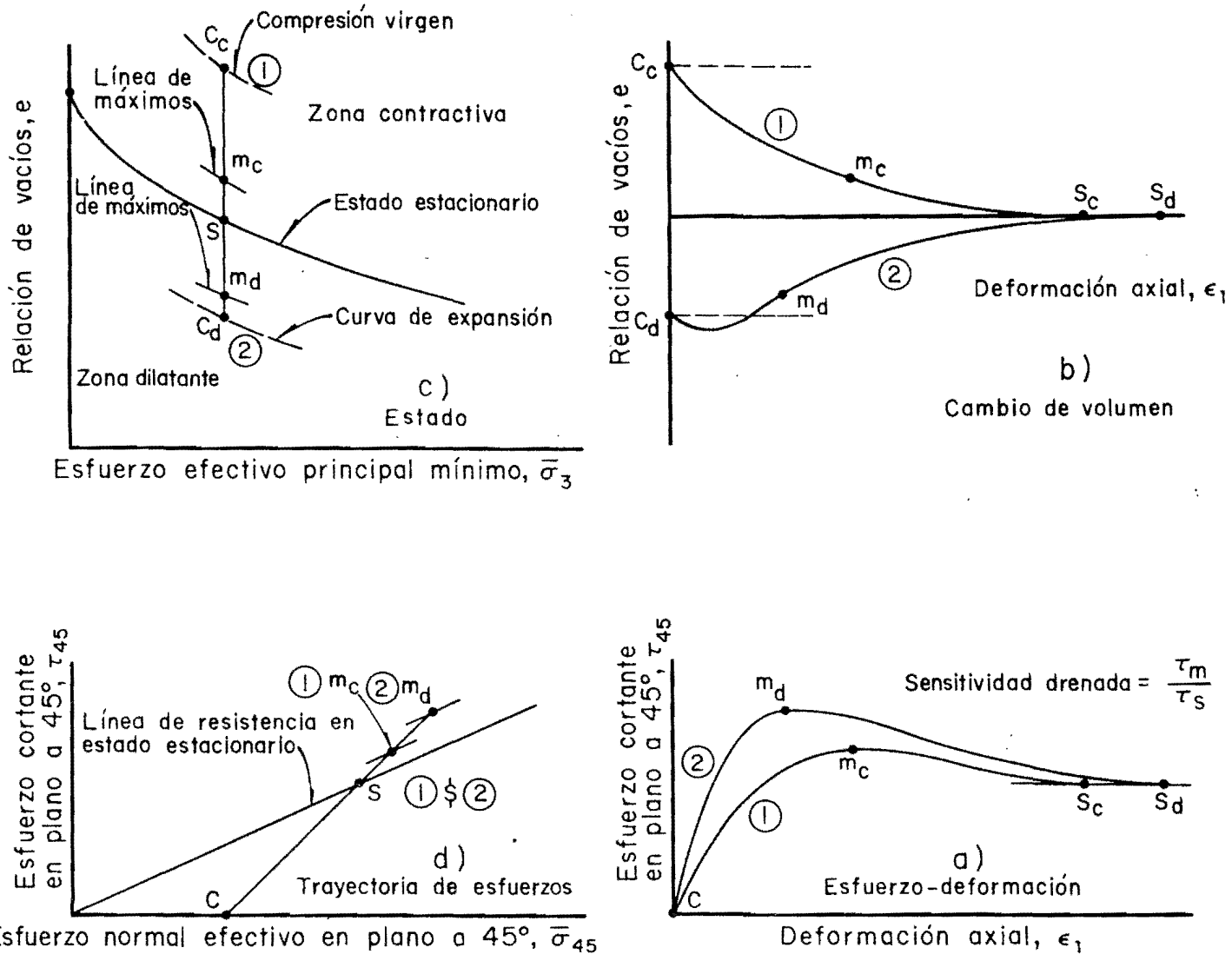


Fig 3. Pruebas de compresión triaxial consolidada-drenadas, en suelos que contienen una proporción considerable de granos aplanados. Niveles bajos de esfuerzo. Idealizado

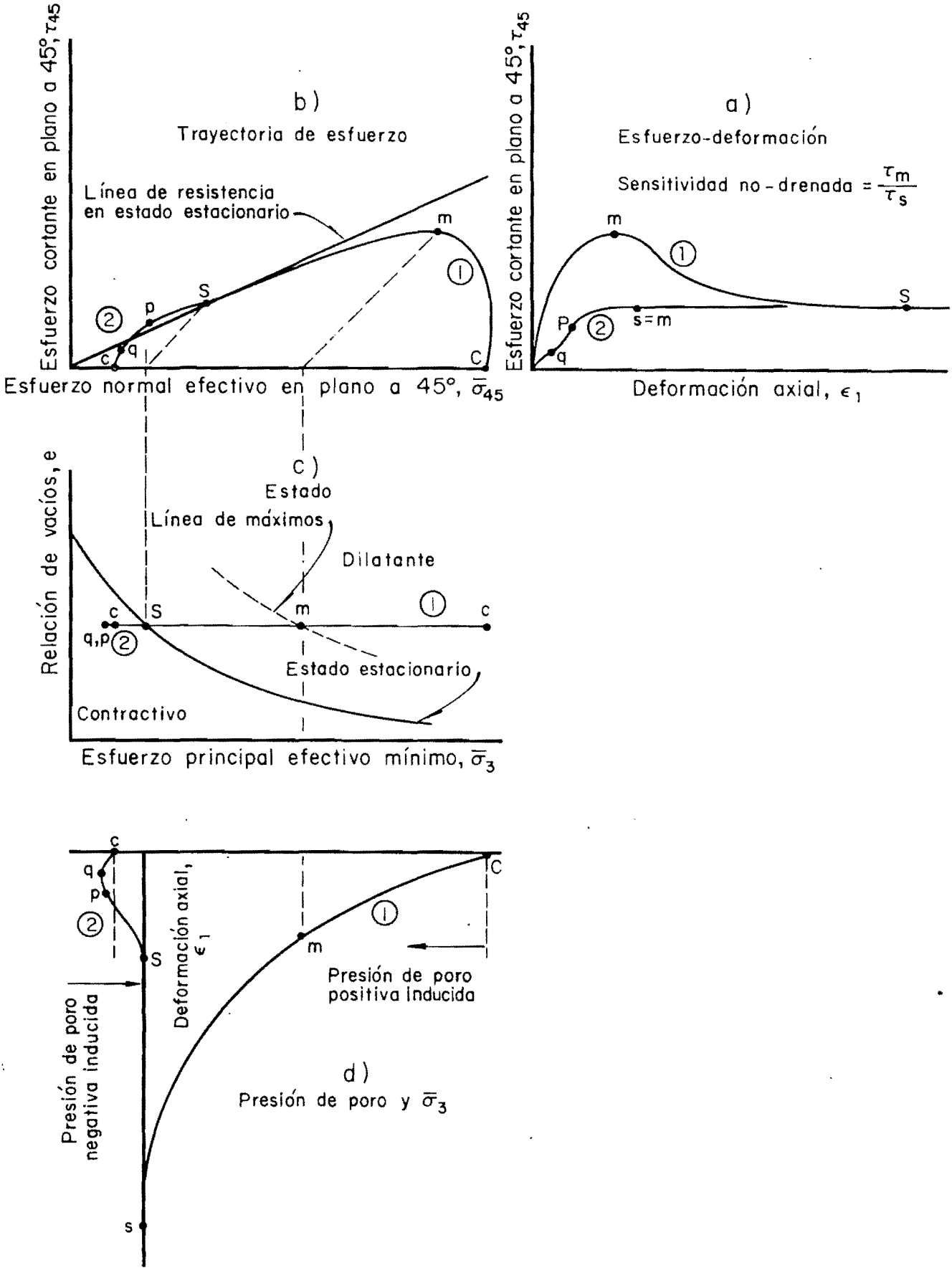
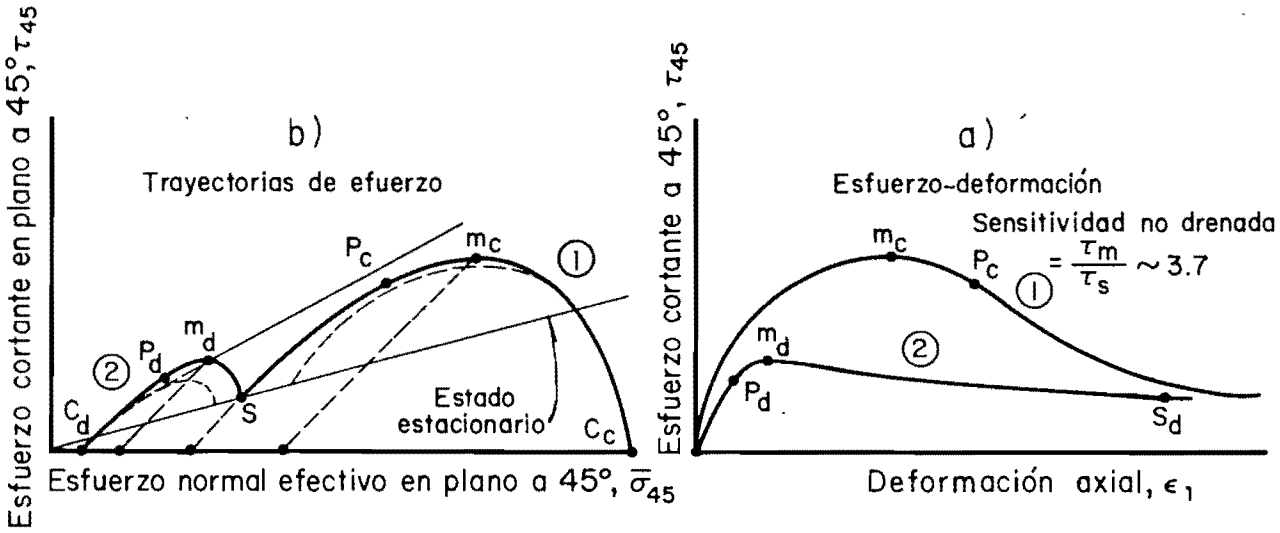
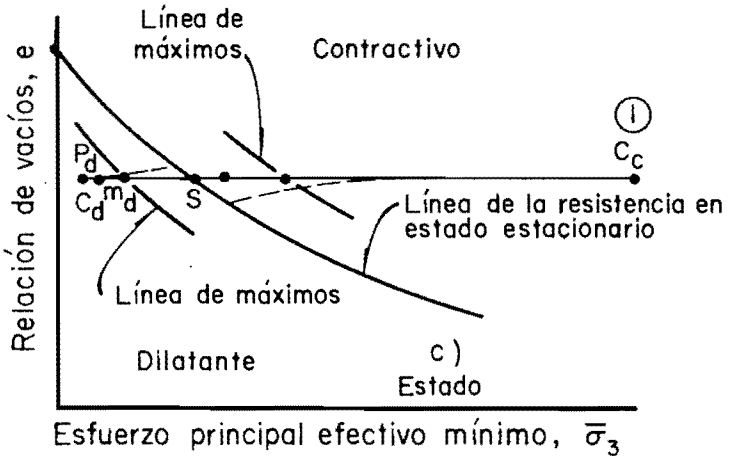


Fig 4. Pruebas de compresión triaxial consolidada-no drenadas en suelos con granos voluminosos. Idealizadas





Estado	Valores de A	
	Máximos	Estado estacionario
Contractivo	0.9	4.2
Dilatante	-0.2	-1.1

Las trayectorias de esfuerzo segmentados muestran el efecto de falta de uniformidades que se presentan durante las pruebas. Los cambios correspondientes en los diagramas de estado se muestran también segmentados

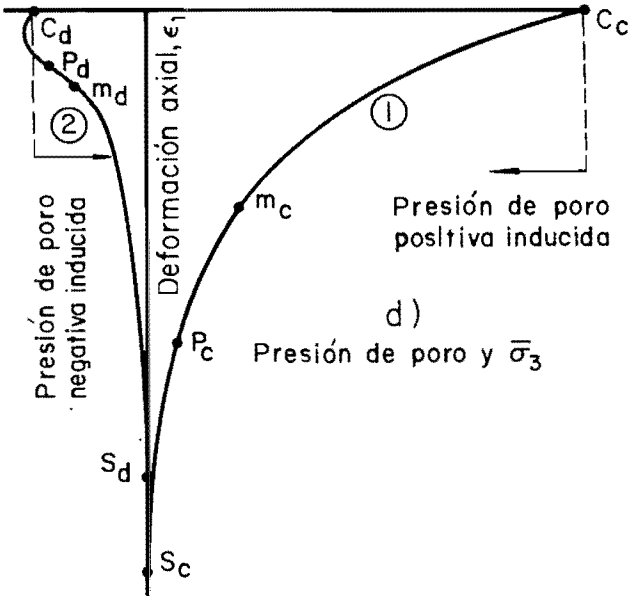


Fig 5. Pruebas de compresión triaxial consolidada-no drenadas en suelos que contienen una proporción importante de granos aplanados. Idealizadas

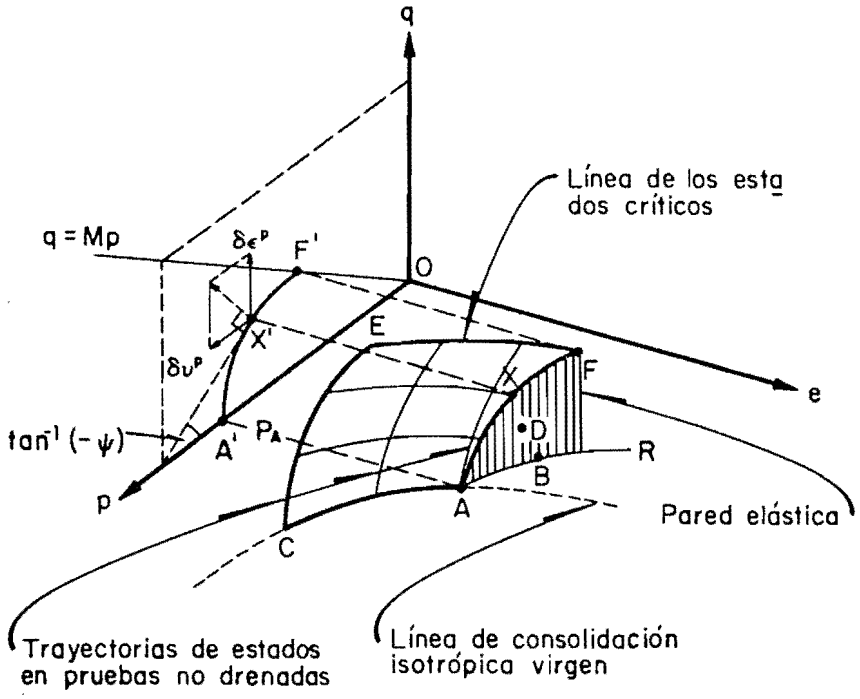


Fig 6. Porción de la superficie frontera de los estados que muestra la línea del límite elástico AF *y la curva de fluencia* A'F'