



# **EL CONCEPTO DE PRECONSOLIDACION DE LOS SUELOS**

**ISMAEL HERRERA**

**ENERO 1976 363**

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

# El concepto de preconsolidación de suelos

Ismael Herrera \*

## ABSTRACT

The effect of preconsolidation in soils is associated with the development of internal forces. A rheological model characterizing it, is formulated; it is shown that this model corresponds to one of plastic behavior and the relation between the flow curves and the preconsolidation parameter, is exhibited. It is also shown, that the maximum effective pressure that the soil has supported, is not a suitable parameter to characterize preconsolidation when anisotropic stress paths are considered. Therefore, for this case, an equivalent preconsolidation pressure is defined and a method to compute it, is established.

## RESUMEN

El fenómeno de preconsolidación de suelos se asocia al surgimiento de fuerzas internas de Van der Waals. En el presente trabajo se formula un modelo reológico para caracterizarlo, se identifica con uno plástico y se muestra la relación del parámetro de preconsolidación con las curvas de fluencia. Para trayectorias de esfuerzo anisotrópicas, se define una presión de preconsolidación equivalente y se establece un método para calcularla.

## 1. INTRODUCCION

El concepto de preconsolidación o sobre consolidación tiene importancia en mecánica de suelos (refs 6 y 12), ya que muchas de las propiedades mecánicas de un mismo suelo cambian considerablemente cuando ha sido preconsolidado. Son conceptos relacionados presión o carga de preconsolidación, consolidación normal y relación de preconsolidación o de sobreconsolidación.

No siempre ha sido congruente el empleo del concepto de preconsolidación; generalmente (refs 6 y 12), se dice que un suelo está preconsolidado si la presión efectiva máxima que ha soportado es mayor que la actuante; por presión o carga de preconsolidación se entiende la presión efectiva máxima que ha soportado; y un suelo se considera normalmente consolidado si no está preconsolidado; es decir, si

\* Investigador del Centro de Investigación en Matemáticas Aplicadas y Sistemas, comisionado por el Instituto de Geofísica y asesor del Instituto de Ingeniería, UNAM

la presión efectiva actuante es la máxima que ha soportado.

Skempton (ref 13) ha definido una relación o razón de consolidación o sobreconsolidación como el cociente de la presión efectiva máxima que ha soportado el suelo entre la presión efectiva actuante; por tanto, para Skempton un suelo está normalmente consolidado si la razón de preconsolidación es 1.

Desde luego, la manera de definir un concepto es arbitraria y el investigador está en libertad de hacerlo en la forma que encuentre más conveniente. Sin embargo, la utilidad de todo concepto depende de su adecuación a la situación a que se intenta aplicar, por lo que generalmente su introducción conlleva cierta intención. El propósito de los conceptos que describen el estado de preconsolidación de un suelo se aclara considerablemente a través de la motivación que Scott (ref 12) da al introducir las nociones de suelo normalmente consolidado o preconsolidado; menciona que si otros factores se mantienen constantes, la aplicación de un esfuerzo normal puede provocar que las irregularidades de las partículas se aproximen tanto que las fuerzas atractivas de Van der Waals predominen sobre las repulsivas de Coulomb causando la adhesión de las respectivas partículas y el surgimiento de fuerzas internas que caracterizan el comportamiento de los suelos preconsolidados.

Aquí se adoptará el punto de vista de que la aparición de las fuerzas internas de Van der Waals caracteriza el fenómeno de preconsolidación en los suelos y se propondrá un modelo reológico para describirlo. Cuando un suelo ha sido sometido exclusivamente a esfuerzos isotrópicos, la presión efectiva máxima soportada es un parámetro adecuado para identificar el nivel alcanzado por las fuerzas de Van der Waals y, por tanto, para caracterizar el fenómeno de preconsolidación. Sin embargo, la relación de vacíos mínima es igualmente adecuada, y aunque para historias isotrópicas de esfuerzo ambos criterios son equivalentes, para estados anisotrópicos de esfuerzo, la dilatación, característica del comportamiento de muchos suelos, provoca que estos dos parámetros no coincidan.

Es frecuente en ingeniería que los materiales involucrados hayan sufrido esfuerzos anisotrópicos y es importante disponer de un parámetro que permita determinar el nivel alcanzado por las fuerzas de Van der Waals en tales casos, ya que ellas tienen una influencia decisiva en el comportamiento del

material. Es posible que ni la presión máxima ni la relación de vacíos mínima separadamente las determinen sino que en general puede ocurrir que el parámetro adecuado para caracterizar este fenómeno sea una combinación de ambas. Desde luego, un problema de esta naturaleza debe resolverse a través de la experimentación y es necesario no prejuzgar.

El modelo reológico que aquí se presenta consiste en una familia de modelos elásticos, dependientes de un parámetro, cuyo valor queda determinado en cada estado del material por el nivel de preconsolidación alcanzado\*. El modelo puede interpretarse pensando que en todo estado el material es elástico, pero que cuando se cambia el nivel de preconsolidación ocurren cambios irreversibles que dan lugar a que las propiedades elásticas del material se modifiquen.

Se demuestra que el modelo así obtenido corresponde a un material plástico y se establece la relación que existe entre el parámetro de preconsolidación y las superficies o curvas de fluencia. Además, se hace notar que el parámetro de preconsolidación se puede escoger de manera que para historias anisotrópicas de esfuerzo coincida con la presión efectiva máxima, en cuyo caso resulta natural llamarle presión equivalente de preconsolidación. Se establece también un procedimiento para calcular la presión equivalente de preconsolidación y se observa que la teoría de Cambridge (refs 9 a 11) queda incluida en este modelo reológico; se obtienen los resultados correspondientes.

Independientemente del valor práctico de estos hechos, el trabajo tiene interés desde otro punto de vista. En escritos anteriores (refs 3 y 4), el autor ha propuesto el desarrollo de una metodología más sistemática para formular ecuaciones constitutivas. Sus rasgos principales serían:

- a) Modelos basados en postulados claramente formulados
- b) Explorar tan ampliamente como sea posible las relaciones que ellos implican
- c) Estructurar los modelos en etapas sucesivas, incorporando primero los postulados cuyo análisis sea

\* Esta forma de proceder es semejante a la que se utiliza al construir modelos para otros tipos de materiales (refs 1 y 8) y desde este punto de vista el nivel de preconsolidación constituye una variable interna de estado.

más sencillo, y progresivamente otros más complejos

d) Desarrollar, cuando así resulte conveniente, suelos artificiales que los cumplan en forma más estricta que los naturales, para ensayar en ellos las relaciones que se obtengan.

El fenómeno de preconsolidación se presenta en muchos suelos. Los resultados del grupo de Cambridge (ref 9) y la interpretación de los mismos que implica el modelo presentado en este trabajo, parecen indicar que el comportamiento, especialmente el volumétrico, de las arcillas saturadas, está determinado en forma preponderante por el fenómeno de preconsolidación (es decir, el correspondiente al surgimiento de las fuerzas de Van der Waals). Al mismo tiempo, las discrepancias detectadas en las predicciones de las deformaciones distorsionales (ref 9) pueden ahora verse con mayor claridad: el modelo plástico que se desarrolla aquí, el cual contiene la teoría de Cambridge como un caso particular, es adecuado para describir los efectos derivados de la generación de las fuerzas internas de Van der Waals; sin embargo, no lo es para describir el efecto de la fricción interna en el comportamiento del material. Parece natural que en los cambios volumétricos las fuerzas internas de Van der Waals sean preponderantes sobre la fricción interna, pero resulta dudoso que lo sean en los cambios distorsionales.

En consecuencia, el desarrollo de una metodología con las características a) a d) en el caso de arcillas saturadas, implicaría la necesidad de desarrollar un modelo reológico apropiado para describir el efecto de la fricción interna, que debería combinarse con el modelo plástico. Para otras clases de suelo donde los efectos de preconsolidación tienen importancia, la discusión anterior demuestra que la incorporación de un modelo plástico es indispensable al formular sus ecuaciones constitutivas, pero que debe complementarse con modelos capaces de describir otros efectos.

Aunque el modelo y los resultados que se presentan en este trabajo se limitan a materiales isotrópicos y estados de esfuerzo con simetría axial, pueden utilizarse ideas similares en casos no sujetos a estas restricciones.

## 2. VARIABLES DE ESFUERZO Y DEFORMACION

Para lograr mayor sencillez, se restringirá la atención a suelos isotrópicos y estados de esfuerzo con simetría axial.

Roscoe y Burland (ref 9), en presencia de simetría axial caracterizan los esfuerzos efectivos por el esfuerzo desviador

$$q = \sigma'_I - \sigma'_{III} \quad (2.1 a)$$

y el esfuerzo normal medio o presión efectiva

$$p = \frac{1}{3} (\sigma'_I + \sigma'_{II} + \sigma'_{III}) = \frac{1}{3} (\sigma'_I + 2\sigma'_{III}) \quad (2.1 b)$$

Aquí,  $\sigma'_I$ ,  $\sigma'_{II}$ ,  $\sigma'_{III}$  son los esfuerzos principales efectivos y se supone que  $\sigma'_{II} = \sigma'_{III}$  debido a la simetría axial. Por otra parte, dichos autores caracterizan las deformaciones por la deformación volumétrica compresiva,  $v$ , y la deformación distorsional,  $\epsilon$ , que definen por

$$\delta v = - \frac{\delta \epsilon}{1 + e} = \delta \epsilon_I + \delta \epsilon_{II} + \delta \epsilon_{III} = \delta \epsilon_I + 2\delta \epsilon_{III} \quad (2.2 a)$$

$$\delta \epsilon = \frac{2}{3} (\delta \epsilon_I - \delta \epsilon_{III}) \quad (2.2 b)$$

donde  $e$  es la relación de vacíos y  $\epsilon_I$ ,  $\epsilon_{II}$  y  $\epsilon_{III}$  las deformaciones principales.

## 3. MODELO PARA EL FENOMENO DE PRECONSOLIDACION

En un suelo real, la aplicación de esfuerzos normales a niveles usuales en ingeniería probablemente ocasiona que las irregularidades de partículas adyacentes se acerquen mucho entre sí, y en algunos puntos pueden aproximarse tanto como que las fuerzas atractivas de Van der Waals predominen sobre las repulsivas de Coulomb, causando la adhesión de las dos partículas (ref 12). En tal caso, al removerse los esfuerzos que dieron lugar a la aproximación de las partículas, el suelo responderá con características elásticas diferentes a las que poseía originalmente; por ejemplo, cuando una arcilla normalmente consolidada se somete a compresión isotrópica y luego se expande. Se considerará característico de un suelo preconsolidado al fenómeno consistente en la aparición de las fuerzas adicionales atractivas de Van der Waals y se propondrá un modelo reológico para describirlo.

Considérese un suelo elástico, excepto por el hecho de presentarse en él el fenómeno de preconsolidación. Para caracterizar el nivel al cual se han desarrollado las fuerzas atractivas de Van der Waals, se utilizará el parámetro  $\phi$ . Se supondrá que si dicho nivel se mantiene, el comportamiento del material es elástico; por tanto, las ecuaciones constitutivas del material serán

$$v = F(\phi, p, q) \quad (3.1 a)$$

$$\epsilon = G(\phi, p, q) \quad (3.1 b)$$

La variable  $\phi$  se llamará parámetro o nivel de preconsolidación. Frecuentemente, este nivel se asocia con la presión efectiva máxima que ha soportado el suelo; sin embargo, en la introducción se han planteado dudas respecto a la adecuación de este parámetro para caracterizar el desarrollo alcanzado por las fuerzas atractivas de Van der Waals en presencia de esfuerzos anisotrópicos, ya que la relación de vacíos mínima puede ser igualmente adecuada. Para no prejuzgar, se supondrá solamente que hay una función  $\theta(p, q)$  tal que

$$\phi = \max_{\tau \leq t} \theta(p(\tau), q(\tau)) \quad (3.2)$$

Cuando se adopta este punto de vista, corresponde a los resultados experimentales determinar la forma de la función  $\theta$  por lo que se obtiene un modelo más flexible.

Debe señalarse que esta definición de  $\phi$  contiene como casos particulares las definiciones  $\phi = \max p$  y  $\phi = \min e$ . La primera, obviamente, se obtiene tomando  $\theta \equiv p$  y la segunda corresponde al caso en que las líneas de fluencia son de volumen constante, como se puede ver al utilizar resultados del cap. 4.

En algunas discusiones que se presentarán posteriormente, se hará uso de la dependencia funcional que para la relación de vacíos  $e$  implican las ecs 3.1, por lo que conviene observar que en vista de la ec 2.2 a, la relación de vacíos está dada en términos de la deformación volumétrica compresiva  $v$ , por

$$e = (1 + e_0) \exp(-v) - 1 \quad (3.3)$$

donde  $e_0$  es la relación de vacíos a partir de la cual se miden los cambios volumétricos; es decir,  $e_0$  es la relación de vacíos correspondiente a deformación volumétrica nula. Por tanto

$$e = H(\phi, p, q) \quad (3.4)$$

donde  $H$  es la función cuya forma está determinada por la función  $F$  exclusivamente.

#### 4. EQUIVALENCIA CON UN MODELO PLASTICO

Ahora se verá que el modelo propuesto para el fenómeno de preconsolidación coincide con uno de material plástico. Efectivamente, las ecuaciones constitutivas 3.1 y 3.2 implican las relaciones incrementales que habitualmente se utilizan para definir los materiales plásticos que se endurecen con el trabajo (ref 7) expresamente:

a) Dado cualquier estado del material, existe una curva de fluencia tal que el comportamiento es elástico mientras no se alcance la curva de fluencia.

b) Si el estado de esfuerzos está en la curva de fluencia; en "descarga" el material se comporta elásticamente, y en "carga" las deformaciones infinitesimales están dadas por

$$\delta v = \delta v^E + \delta v^P \quad (4.1 a)$$

$$\delta \bar{\epsilon} = \delta \epsilon^E + \delta \epsilon^P \quad (4.1 b)$$

donde los superíndices  $E$  y  $P$  se refieren a los componentes elásticos y plásticos de las deformaciones, respectivamente.

c) Las deformaciones plásticas satisfacen la condición de continuidad; es decir, tienden a cero cuando el vector que da el incremento de carga tiende a la dirección tangente a la curva de fluencia. Esta condición implica que para incrementos de carga infinitesimales, la dirección del incremento de la deformación en el espacio  $v-\epsilon$  es independiente de la dirección del incremento de carga.

Por lo mismo, si las hipótesis expresadas por las ecs 3.1 y 3.2 se complementan con la condición de unicidad (ref 7) la cual implica la condición de normalidad de Drucker (ref 2), y con la de irreversibilidad, se llega al modelo usual de material plástico que se endurece con el trabajo.

Para ver que los materiales cuyas ecuaciones constitutivas están dadas por 3.1 y 3.2 satisfacen las condiciones a) a c), observese que para un incremento infinitesimal de  $p, q$  se tiene

$$dv = \frac{\partial F}{\partial p} dp + \frac{\partial F}{\partial q} dq + \frac{\partial F}{\partial \phi} d\phi = \delta v^E + \delta v^P \quad (4.2 a)$$

$$d\epsilon = \frac{\partial G}{\partial p} dp + \frac{\partial G}{\partial q} dq + \frac{\partial G}{\partial \phi} d\phi = \delta \epsilon^E + \delta \epsilon^P \quad (4.2 b)$$

donde

$$\delta v^E = \frac{\partial F}{\partial p} dp + \frac{\partial F}{\partial q} dq \quad (4.3 a)$$

$$\delta \epsilon^E = \frac{\partial G}{\partial p} dp + \frac{\partial G}{\partial q} dq \quad (4.3 b)$$

$$\delta v^P = \frac{\partial F}{\partial \phi} d\phi \quad (4.4 a)$$

$$\delta \epsilon^P = \frac{\partial G}{\partial \phi} d\phi \quad (4.4 b)$$

Además, adóptese la convención de llamar carga a un incremento de los esfuerzos  $p, q$  si  $\theta$  aumenta; des-

carga, si  $\theta$  disminuye; y neutro si  $\theta$  no varía. Finalmente, si  $\phi_0$  es el valor presente del parámetro  $\phi$ , defínase en el plano  $p$ - $q$  la curva presente de fluencia por la ecuación

$$\theta(p, q) = \dot{\phi}_0 \quad (4.5)$$

Para ver que los materiales definidos en el cap 3 satisfacen la condición a), considérese un estado que no se encuentra en la curva de fluencia; entonces, necesariamente

$$\theta(p, q) < \dot{\phi}_0 \quad (4.6)$$

por la definición de  $\phi$  (ec 3.2), por lo que  $\phi$  no cambia para variaciones infinitesimales de los esfuerzos  $p, q$ ; de ahí que las deformaciones plásticas dadas por la ec 4.4 se anulan en la 4.2; es decir, el comportamiento es elástico.

Por otra parte, supóngase que el material se encuentra en la curva de fluencia. En descarga  $d\phi = 0$  y nuevamente el comportamiento es elástico; inversamente, en carga  $d\phi \neq 0$  y en general las deformaciones plásticas no se anulan. Esto demuestra que la condición b) se satisface.

La condición c) de continuidad se cumple porque en la superficie de fluencia, para cargas infinitesimales

$$d\phi = d\theta = \frac{\partial \theta}{\partial p} dp + \frac{\partial \theta}{\partial q} dq \quad (4.7)$$

por lo que  $d\phi \rightarrow 0$  cuando la carga  $(dp, dq)$  tiende a la dirección de la tangente a la curva de fluencia 4.5.

## 5. SUPERFICIE FRONTERA DE LOS ESTADOS Y SUS IMPLICACIONES

El grupo de Cambridge llevó a cabo estudios muy completos sobre el comportamiento de arcillas saturadas (refs 9 a 11), que condujeron al desarrollo de un modelo plástico, el cual es un caso particular del introducido en el cap 3. La superficie descrita en el espacio de los estados  $p$ - $q$ - $e$  (fig 1), por la ecuación

$$e = H(\theta(p, q), p, q) \quad (5.1)$$

donde  $H$  es la función definida por la ec 3.4, desempeña un papel importante en el desarrollo de la teoría y se denominó "superficie frontera de los estados" por el grupo de Cambridge.

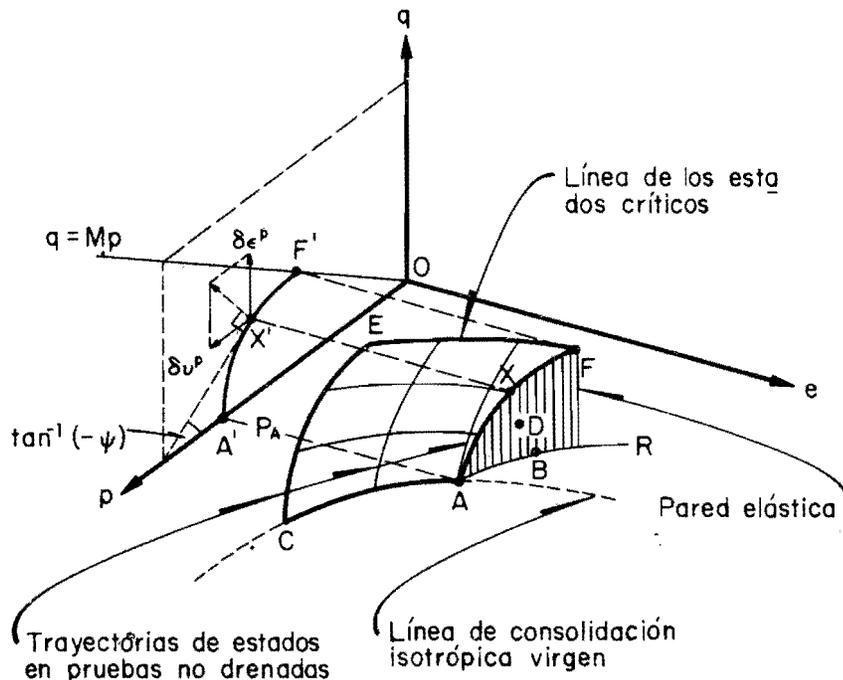


Fig 1 Porción de la superficie de los estados que muestra la línea del límite elástico AF y la curva de fluencia A' F'

Un resultado experimental importante de sus trabajos fue que las trayectorias de los estados correspondientes a pruebas de compresión triaxial drenadas y no drenadas en las arcillas compresivas que consideraron generan la superficie frontera de los estados. Como se verá a continuación, este hecho implica que, al menos para esta clase de suelos, el criterio habitual de la presión efectiva máxima como parámetro de preconsolidación no es adecuado, ya que tomar dicha presión como el parámetro  $\phi$  de preconsolidación, equivale a definir  $\theta$  por la ecuación

$$\theta(p, q) \equiv p \quad (5.2)$$

por lo que la superficie frontera de los estados tomaría la forma

$$e = H(p, p, q) \quad (5.3)$$

En el espacio de los estados (fig 1), a lo largo de trayectorias correspondientes a pruebas de compresión triaxial, la presión efectiva crece y según las ecs 3.2 y 5.2 se tiene

$$p = \underset{\tau \leq t}{\text{máx}} p = \phi \quad (5.4)$$

Dichas trayectorias están en la superficie frontera de los estados, ya que satisfacen la ec 5.3 debido a la 3.4. Sin embargo, para arcillas compresivas a lo largo de trayectorias correspondientes a pruebas de compresión triaxial no drenadas, la presión efectiva decrece (fig 1), por lo que

$$\phi = \underset{\tau \leq t}{\text{máx}} p > p(t) \quad (5.5)$$

Consecuentemente

$$e = H(\phi, p, q) \neq H(p, p, q) \quad (5.6)$$

La trayectoria no se encuentra en la superficie frontera de los estados, ya que no satisface la ec 5.3.

La argumentación anterior demuestra que, al menos para esa clase de arcillas, el parámetro de preconsolidación asociado a las fuerzas de Van der Waals no está dado por la presión efectiva máxima cuando se consideran historias anisotrópicas de esfuerzo.

## 6. PRESION DE PRECONSOLIDACION EQUIVALENTE

En la sección anterior se observó que el parámetro de

preconsolidación  $\phi$  no coincide con la presión efectiva máxima soportada por el suelo. Sin embargo, hay cierto grado de arbitrariedad en la definición de la función  $\theta(p, q)$ , el cual puede ser utilizado para redefinir el parámetro de preconsolidación de manera que para trayectorias de esfuerzo isotrópico coincida con la presión efectiva máxima.

Se supondrá aquí que  $\theta(p, 0)$  es monótona creciente como función de  $p$ , y que dado cualquier estado de esfuerzos  $p, q$ , la ecuación

$$\theta(p, q) = \theta(p_o, 0) \quad (6.1)$$

tiene una solución  $p_o$ , única, lo que equivale a exigir que las curvas de fluencia intersecten en un solo punto la curva de consolidación isotrópica virgen. Obsérvese también que la ec 6.1 define una función  $p_o(p, q)$  única.

Dadas las ecuaciones constitutivas 3.1, 3.2 y 3.4, defínanse ahora las funciones  $\hat{F}(p_p, p, q)$ ,  $\hat{G}(p_p, p, q)$  y  $\hat{H}(p_p, p, q)$  de las variables independientes  $p_p, p$  y  $q$ , por las ecuaciones

$$\hat{F}(p_p, p, q) = F(\theta(p_p, 0), p, q) \quad (6.2 a)$$

$$\hat{G}(p_p, p, q) = G(\theta(p_p, 0), p, q) \quad (6.2 b)$$

$$\hat{H}(p_p, p, q) = H(\theta(p_p, 0), p, q) \quad (6.2 c)$$

Obsérvese que con esta definición las ecuaciones constitutivas 3.1, 3.2 y 3.4 son equivalentes a

$$v = \hat{F}(p_p, p, q) \quad (6.3 a)$$

$$e = \hat{G}(p_p, p, q) \quad (6.3 b)$$

$$e = \hat{H}(p_p, p, q) \quad (6.3 c)$$

donde

$$p_p = \underset{\tau \leq t}{\text{máx}} p_o(p(\tau), q(\tau)). \quad (6.4)$$

Esto es inmediato, por que siendo  $\theta(p, 0)$  monótona creciente

$$\phi = \underset{\tau \leq t}{\text{máx}} \theta(p, q) = \underset{\tau \leq t}{\text{máx}} \theta(p_o, 0) = \theta(p_p, 0) \quad (6.5)$$

Luego, para toda  $p_p, p, q$  se tiene

$$\hat{F}(p_p, p, q) = F(\theta(p_p, 0), p, q) = F(\phi, p, q) \quad (6.6)$$

y relaciones similares para  $G$  y  $H$ .

Esto establece la equivalencia de las ecuaciones constitutivas. Nótese, finalmente que

$$p_o(p,0) = p \quad (6.7)$$

La función  $p_o(p,q)$  definida por la ec 6.1 se denominará presión reducida y al parámetro de preconsolidación  $p_p$  definido por la 6.4, se llamará presión de preconsolidación equivalente.

## 7. PROCEDIMIENTO PARA EVALUAR LA PRESIÓN DE PRECONSOLIDACION EQUIVALENTE

Se han realizado estudios acerca de arcillas saturadas (ref 9) que indican que el modelo plástico da cuenta en forma adecuada de rasgos esenciales de su comportamiento. A continuación se presenta un método para obtener la presión reducida y la de consolidación equivalente cuando el modelo reológico de la sec 3 es aplicable.

Supóngase que las curvas de fluencia en el plano  $p$ - $q$  tienen la ecuación

$$\theta(p,q) = \text{const} \quad (7.1)$$

que ha sido determinada experimentalmente o por algún otro medio, y que su pendiente está dada en cada una de ellas por la ecuación

$$\frac{dq}{dp} = -\psi(\theta, \eta) \quad (7.2)$$

donde  $\eta = q/p$ . Obsérvese que en cada una de las curvas de fluencia  $\theta$  es constante. Además

$$dq = \eta dp + p d\eta \quad (7.3)$$

por lo que de la ec 7.2 se obtiene

$$\frac{dp}{p} + \frac{d\eta}{\psi + \eta} = 0 \quad (7.4)$$

que por integración sobre una curva de fluencia fija, se transforma en

$$Ln \frac{p}{p_o} + \int_o^{a/b} \frac{d\eta}{\psi(\theta, \eta) + \eta} = 0 \quad (7.5)$$

que a su vez implica

$$p_o = p \exp \left\{ \int_o^{q/p} \frac{d\eta}{\psi(\theta, \eta) + \eta} \right\} \quad (7.6)$$

Roscoe y Burland (ref 9) han encontrado que para una clase amplia de arcillas,  $\psi$  es independiente de  $\theta$ . En este caso, la ec 7.7 se reduce a

$$p_o = p \exp \left\{ \int_o^{q/p} \frac{d\eta}{\psi(\eta) + \eta} \right\} \quad (7.7)$$

En aplicaciones, para determinar la presión de consolidación equivalente que corresponde a estados de esfuerzo anisotrópico (con simetría axial), es necesario determinar el máximo alcanzado por la presión reducida dada por las ecs 7.6 o 7.7, en la trayectoria de esfuerzos considerada. Obsérvese que la exponencial aparece como un factor correctivo que debe aplicarse a la presión efectiva al determinar su máximo. La función  $\psi$  en general varía con la arcilla que se considere, por lo que es necesario determinarla experimentalmente en cada caso. Cuando la ec 7.7 es aplicable, se tiene la ventaja de que la función  $\psi(\eta)$  es la misma para cada una de las curvas de fluencia, por lo que solo es necesario evaluar la integral una vez.

En los trabajos mencionados (ref 9) se consideraron también arcillas de una clase especial llamada *cam* (*Cam-Clay*), para las cuales

$$\psi = M - q/p \quad (7.8)$$

donde  $M$  es el coeficiente de fricción aparente de la arcilla. Para esta clase de arcillas, la ec 7.7 se transforma en

$$p_o = p \exp \left\{ \frac{q}{Mp} \right\} \quad (7.9)$$

## 8. CONCLUSIONES

Conviene destacar los resultados más importantes de este trabajo:

1. Se define el fenómeno de preconsolidación en suelos como el efecto producido por el desarrollo de fuerzas internas de Van der Waals.

2. Se supone que el nivel de desarrollo de dichas fuerzas puede describirse mediante un parámetro cuyo valor es el máximo alcanzado por cierta función de los esfuerzos efectivos. Cuando la atención se restringe a materiales isotrópicos y a historias de esfuerzo con simetría axial, el parámetro es

$$\phi(t) = \max_{\tau \leq t} \left\{ \theta(p(\tau), q(\tau)) \right\} \quad (8.1)$$

donde  $\theta(p,q)$  es una función de los esfuerzos  $p,q$ , cuya forma depende de las propiedades del material considerado.

3. Para materiales cuyo comportamiento mecánico esté determinado por el fenómeno de preconsolidación

ción, se formula un modelo reológico en que el comportamiento es elástico para cada valor fijo del parámetro  $\phi$  de preconsolidación.

4. Se demuestra que este modelo es plástico, y se establece la relación que existe entre la función  $\theta$  y las curvas de fluencia

5. Para historias anisotrópicas de esfuerzo, la presión efectiva máxima no es un parámetro adecuado para caracterizar el fenómeno de preconsolidación como aquí se define. Sin embargo, se demuestra que se puede tomar el parámetro  $\phi$  de preconsolidación de manera que para trayectorias isotrópicas de esfuerzo coincida con la presión efectiva máxima que el material ha soportado. En tal caso, el parámetro de preconsolidación puede interpretarse como una presión de preconsolidación equivalente,  $p_p$ , que se obtiene como el máximo alcanzado por la presión reducida,  $p_o$ , durante la trayectoria de esfuerzos efectivos que se considere.

6. Se demuestra que la presión reducida,  $p_o$ , se puede obtener multiplicando la actuante  $p$  por un factor correctivo, cuya expresión en términos del estado de esfuerzos, se da. Debe observarse que las ecs 7.6 y 7.7 en que se presentan estas fórmulas se dedujeron suponiendo solamente que el modelo plástico es aplicable al suelo considerado, y su validez es independiente de otras consideraciones.

7. La forma de introducir el modelo plástico que aquí se presenta, asociándolo en forma directa a las fuerzas internas de Van der Waals, que se generan al aproximarse las partículas entre sí, permite tomarlo como un primer paso que puede complicarse ulteriormente al incorporar otros fenómenos tales como la fricción interna.

## 9. REFERENCIAS

1. Coleman, B D y Gurtin, M E, "Thermodynamics with internal state variables", **J. Chem. Phys.** **47** (1967), pág 597
2. Drucker, D C, "A definition of stable inelastic material" **Transactions ASME Journal of Applied Mechanics**, **26** (1959), pp 101-106.
3. Herrera, I, "Ecuaciones constitutivas de los suelos", **Instituto de Ingeniería, U N A M** (1975a)
4. Herrera, I, "Some remarks on the formulation of constitutive equations for soils;" V° Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos, Buenos Aires (1975 b)
5. Juárez Badillo, E, y Rico Rodríguez, A, "Mecánica de suelos", tomo I, **Limusa**, México (1975)
6. Prager, W, "Recent developments in the mathematical theory of plasticity", **Journal of Applied Physics**, **20** (3) (1949), pp 235-241.
7. Rice, J R, "Inelastic constitutive relations for solids", **J. Mech. Phys. Solids**, **19** (1971), pp 433-455
8. Roscoe, K H, y Burland, J B, "On The generalized stress strain behavior of "wet" clay, in "Engineering Plasticity", **J. Heyman y F.A. Leckie**, Cambridge University Press (1968)
9. Roscoe, K H, y Poorooshasb, H B, "A theoretical and experimental study of strains in triaxial compression tests on normally consolidated clays", **Geotechnique**, **13** (1963), pp 12-18
10. Roscoe, K H, Schofield A N y Thurairajah, A, "Yielding of clays in states wetter than critical", **Geotechnique**, **13** (1963), pp 211-240
11. Scott R F, "Principles of soil mechanics", **Addison-Wesley, Reading, Mass.** (1963)
12. Skempton, A W, "The pore-pressure coefficients A and B", **Geotechnique**, **4** (1954) pág 143